

## עבודה במתמטיקה לחופשת קיץ תשפ"ג – 5 יחידות – לעולים לכיתה י"א

### הקמפוס השש-שנתי אחד העם פי"ת

תלמידים יקרים,

לפניכם עבודת הגשה במתמטיקה המכילה 44 שאלות בנושאים שונים שנלמדו בכיתה י' ומשוואות טריגונומטריות.

את העבודה תתבקשו להגיש למורה בתחילת שנת הלימודים תשפ"ד לבדיקה.

על העבודה יינתן ציון, והוא יחושב כחלק מציון מחצית א' תשפ"ד.

מומלץ להיעזר בדף הנוסחאות לרמת 5 יחידות בעת פתרון העבודה.

**יש להציג דרך פתרון מלאה לכל שאלה, כולל נימוקים.**

יש להקפיד על כתב מסודר וברור, לפרט את חישוביכם ולפתור כל שאלה בדף נפרד.

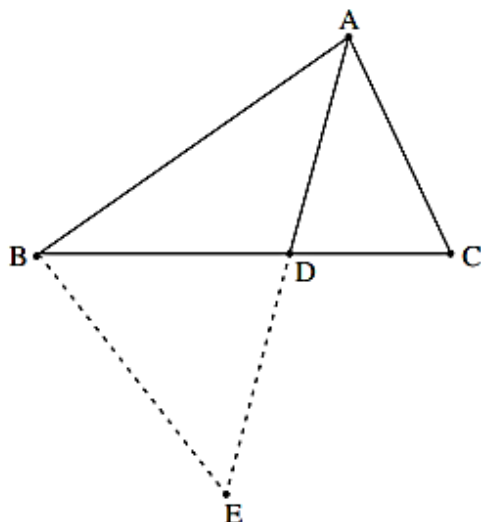
בהצלחה וחופשה מהנה,

צוות מתמטיקה

### טריגונומטריה במישור

הערה: יש להעתיק את השרטוטים בשאלות בטריגונומטריה לדף פתרון השאלה.

#### שאלה 1



לפניך משולש ABC (ראה סרטוט).

הנקודה D נמצאת על הצלע BC.

נתון:  $AC = 1.5 \cdot CD$ ,

AD חוצה את הזווית  $\angle BAC$ ,

$\angle ADC = 75^\circ$ .

א. מצא את גודל הזווית  $\angle BAC$ .

נתון:  $AC = 6$ .

ב. מצא את אורך הקטע DB.

הנקודה E נמצאת על המשך הקטע AD, כמתואר בסרטוט.

שטח המשולש BDE הוא 19.

ג. מצא את אורך הצלע BE.

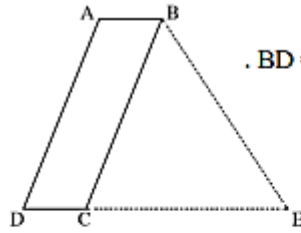
תשובה:

א.  $80.174^\circ$

ב. 6.328

ג. 7.63

**שאלה 2**



נתונה מקבילית ABCD, כמתואר בציור.

נתון:  $\angle ABC = 68^\circ$ ,  $AB = a$ ,  $AD = 3a$ ,  $BD = 28$ .

א. מצא את  $a$ .

ב. חשב את זוויות המשולש DBC.

הנקודה E נמצאת על המשך הצלע DC, כמתואר בציור.

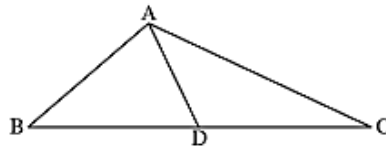
נתון: שטח המשולש BED הוא 356.

ג. מצא את אורך הקטע CE.

**תשובה:**

א.  $a = 8$ . ב.  $112^\circ$ ,  $15.36^\circ$ ,  $52.64^\circ$ . ג. 24.

**שאלה 3**



נתון משולש ABC (ראה סרטוט).

נתון:  $\angle BAC = 120^\circ$ ,  $\frac{AC}{BC} = \frac{2}{3}$ .

א. חשב את גודל הזווית  $\angle ABC$ .

נתון:  $BC = 12$ . AD הוא התיכון לצלע BC במשולש.

ב. חשב את אורך הקטע AD.

הנקודה F נמצאת באמצע הקטע AD והנקודה G נמצאת על הצלע AB.

נתון: שטח המשולש GAF שווה ל-2.

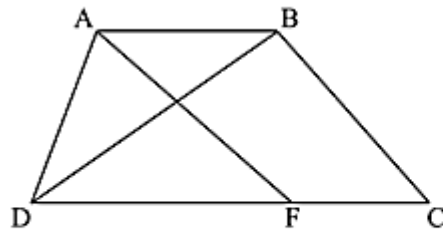
ג. חשב את אורך הקטע AG.

**תשובה:**

א.  $35.26^\circ$ . ב. 3.579. ג. 2.31.

**שאלה 4**

בטרפז  $ABCD$  ( $AB \parallel DC$ ) שבציר שלפניך נתון:



$BC = 4$ ,  $DC = 7$ ,  $BD = 6$ .

א. חשב את גודל הזווית  $\sphericalangle BDC$ .

נתון:  $AB = AD$ .

ב. מצא את אורך הצלע  $AD$ .

הנקודה  $F$  נמצאת על הצלע  $DC$ .

נתון כי שטח המשולש  $ADF$  הוא 8.

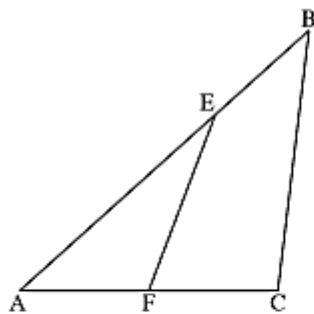
ג. (1) מצא את אורך הצלע  $DF$ .

(2) מצא את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש  $ADF$ .

תשובה:

א.  $34.77^\circ$ . ב. 3.652. ג. (1) 4.676. (2) 2.574.

שאלה 5



המשולש  $ABC$  בציר שלפניך הוא שווה

שוקיים.

נתון:  $AB = 12$ ,  $CA = CB = 8$ .

א. מצא את גודל הזווית  $\sphericalangle BAC$ .

הנקודה  $F$  היא אמצע הצלע  $AC$ .

דרך הנקודה  $F$  העבירו ישר החותך את הצלע

$AB$  בנקודה  $E$ .

נתון: שטח המשולש  $EAF$  שווה ל-10.

ב. מצא את אורך הצלע  $AE$ .

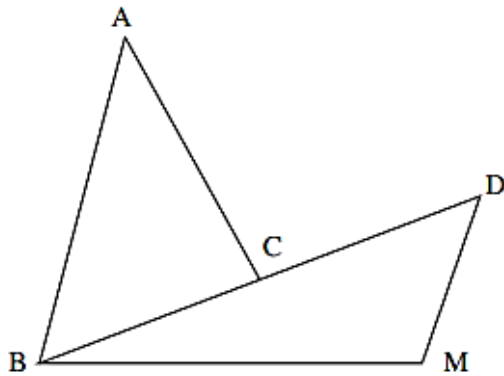
ג. חשב את גודל הזווית  $\sphericalangle ECB$ .

ד. חשב את שטח המרובע  $EBCF$ .

תשובה:

א.  $41.41^\circ$ . ב. 7.56. ג.  $32.17^\circ$ . ד. 21.75.

שאלה 6



בסרטוט שלפניך מתוארים משולש BDM ומשולש ABC.

הנקודה C היא אמצע הצלע BD.

נתון: שטח המשולש ABC הוא 27.8,

$$AB = 10,$$

$$\angle BAC = 44^\circ.$$

א. מצא את אורך הצלע AC.

ב. מצא את אורך הצלע BC.

$$\text{נתון: } BM = 11.4,$$

$$\angle BDM = 50^\circ,$$

$$\angle BMD > 90^\circ.$$

ג. מצא את גודל הזווית BMD.

מן הנקודה A העבירו חוצה זווית BAC החותך את הצלע BM בנקודה F.

ד. מצא את גודל זווית המשולש AFB.

**תשובה:**

א.  $AC = 8$ .

ב.  $BC = 6.99$ .

ג.  $\angle BMD = 110.12^\circ$ .

ד.  $\angle AFB = 85.46^\circ$ ,  $\angle BAF = 22^\circ$ ,  $\angle ABF = 72.54^\circ$ .

### שאלה 7

בסרטוט שלפניכם מתואר משולש ABC שאורכי הצלעות שלו הם:

$$AC = 6, AB = 7, BC = 8$$

AD הוא התיכון לצלע BC במשולש ABC.

א. (1) מצאו את גודל הזווית ABC.

(2) מצאו את אורך התיכון AD.

(3) מצאו את גודל הזווית BAD.

הנקודה E נמצאת על המשך AD, כמתואר בסרטוט.

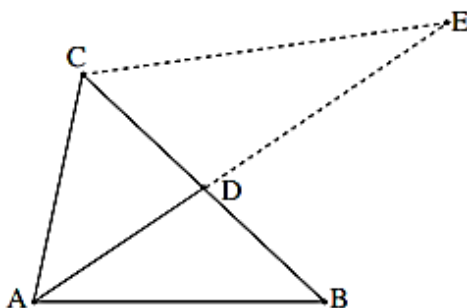
נתון: שטח המשולש CDE הוא 14.

ב. מצאו את אורך DE.

מן הנקודה C הורידו אנך לתיכון AD, החותך אותו בנקודה F.

ג. מצאו את היחס בין שטח המשולש CDF ובין שטח המשולש CDE.

**תשובה:**



א. (1)  $\angle ABC = 46.57^\circ$

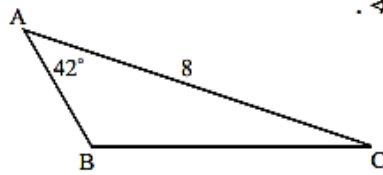
(2)  $AD = 5.148$

(3)  $\angle BAD = 34.35^\circ$

ב.  $DE = 7.089$

ג.  $\frac{S_{ACDF}}{S_{ACDE}} = 0.089$

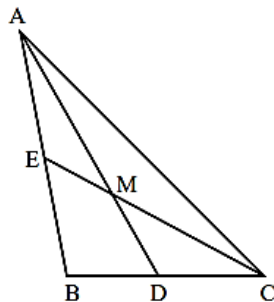
**שאלה 8**



- במשולש ABC נתון:  $AC = 8$  ס"מ,  $\angle A = 42^\circ$ .  
 והצלע BC ארוכה ב-5 ס"מ מהצלע AB.  
 א. חשב את אורך הצלע BC.  
 ב. BD הוא תיכון לצלע AC.  
 חשב את שטח המשולש BCD.

**תשובה:** א. 6.782 ס"מ. ב. 2.385 סמ"ר.

**שאלה 9**



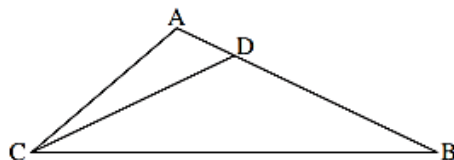
AD ו-CE הם תיכונים במשולש ABC הנפגשים בנקודה M (ראה ציור).  
 נתון:  $AD = 12$  ס"מ,  $CE = 9$  ס"מ,  $\angle CMD = 40^\circ$ .

- א. חשב את אורכי הקטעים MD, MC.  
 ב. חשב את אורך הצלע BC.  
 ג. חשב את גודל הזווית  $\angle MCD$ .  
 ד. חשב את שטח המשולש ADB.

**תשובה:**

א. 6 ס"מ  $MC$ , 4 ס"מ  $MD$ . ב. 7.81 ס"מ. ג.  $41.21^\circ$ . ד. 23.14 סמ"ר.

**שאלה 10**



הנקודה D נמצאת על הצלע AB במשולש ABC

כך ש-  $AD = \frac{1}{3}AC$  (ראה ציור).

נתון:  $\angle ACD = 15^\circ$ ,

הזווית ADC היא זווית חדה.

א. חשב את גודל הזווית ADC.

נתון כי CDB הוא משולש שווה שוקיים ( $CD = DB$ ) ושטחו שווה ל-40.

ב. חשב את אורך הקטע AD.

הנקודה P היא אמצע הקטע CD.

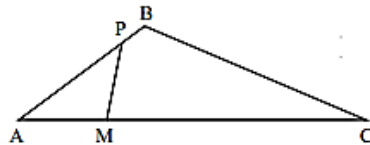
ג. חשב את אורך הקטע PB.

תשובה:

א.	$\sim 50.94^\circ$
ב.	$\sim 2.88$
ג.	$\sim 13.92$

שאלה 11

במשולש ABC הנקודה P נמצאת על הצלע AB, והנקודה M נמצאת על הצלע AC (ראה ציור).



נסמן:  $AP = x$ .

נתון כי:  $PM = 0.6x$ ,

$\angle AMP = 100^\circ$ ,  $\angle ABC = 120^\circ$ ,

$MC = 12$  ס"מ,  $AM = 4$  ס"מ.

א. חשב את הזווית PAM.

ב. חשב את אורך הצלע BC.

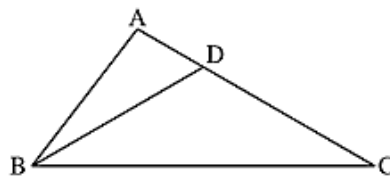
ג. חשב את אורך הקטע BM.

ד. מצא את יחס שטחי המשולשים  $\frac{S_{AAMB}}{S_{ABMC}}$ .  
 נמק את תשובתך.

תשובה:

א. (1)  $36.22^\circ$ . (2) 10.917 ס"מ. ב. 4.84 ס"מ. ג.  $\frac{1}{3}$ .

שאלה 12



במשולש ABC נתון:

$AB = 5$ ,

$AC = 7$ ,

$\angle BAC = 100^\circ$ .

הנקודה D נמצאת על הצלע AC כך ש  $BD = DC$  (ראה ציור).

א. חשב את גודל הזווית BCA.

ב. מצא את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD

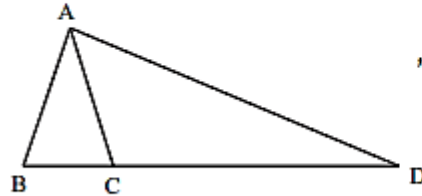
לרדיוס המעגל החוסם את המשולש BDC.

תשובה:

א.  $32.04^\circ$ . ב. 0.539

**שאלה 13**

- ABC הוא משולש חד-זווית ושווה-שוקיים ( $AB = AC$ ).  
 אורכו של רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC הוא R.  
 נתון:  $BC = 1.2R$ .  
 א. (1) חשב את זוויות המשולש ABC.  
 (2) הבע את אורך הצלע AB באמצעות R.



- המשיכו את הצלע BC עד הנקודה D,  
 כמתואר בציור, כך ש- $CD = 3.8R$ .  
 ב. הבע את אורך הקטע AD באמצעות R.  
 ג. AE הוא גובה במשולש ACD. אורך הגובה AE הוא 9. חשב את R.

**תשובות**

- א. (1)  $71.565^\circ, 71.565^\circ, 36.869^\circ$  (2)  $1.897R$ .  
 ב.  $4.753R$ . ג. 5.

**חשבון דיפרנציאלי**

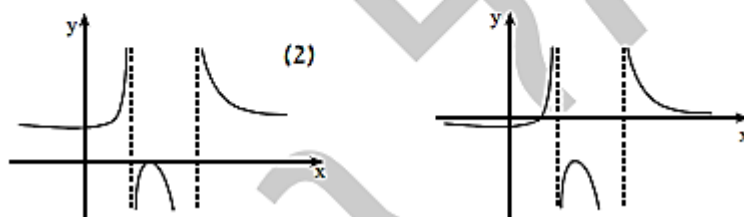
**שאלה 14**

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{9x-18}{x^2-9x+18}$

- א. מצא: תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, אסימפטוטות מקבילות לצירים, נקודות קיצון, תחומי עליה וירידה.  
 ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.  
 ג. הפונקציה  $g(x)$  מקיימת  $g(x) = f(x) + k$ .  
 הגרף של הפונקציה  $g(x)$  משיק לציר ה-x.  
 (1) מצא את הערכים האפשריים של k.  
 (2) מבין שני ערכי k שמצאת, הצב את הערך הגדול יותר של k, ושרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

**תשובה:**

- א. תחום הגדרה:  $x \neq 3, x \neq 6$ . נקודות חיתוך:  $(0; -1), (2; 0)$ .  
 אסימפטוטות:  $x = 3, x = 6, y = 0$ .  
 נקודות קיצון:  $(4; -9)$  מקסימום,  $(0; -1)$  מינימום.  
 עלייה:  $3 < x < 4$  או  $0 < x < 3$ . ירידה:  $x > 6$  או  $4 < x < 6$  או  $x < 0$ .  
 ב. ג. (1)  $k = 1$  או  $k = 9$ .

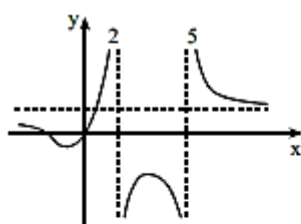


**שאלה 15**

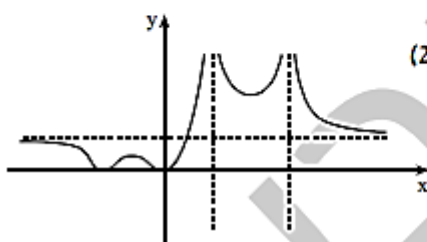
נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{2x^2 + 6x}{x^2 - 7x + 10}$

- א. חקור את הפונקציה ומצא: תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, תחומי עלייה וירידה, נקודות קיצון, אסימפטוטות מקבילות לצירים.
- ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ג. הפונקציה  $g(x)$  מקיימת:  $g(x) = (f(x))^n$ ,  $n$  הוא מספר זוגי.  
 (1) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ .  
 היעזר ב- $n$  במידת הצורך.  
 תוכל להיעזר בסעיפים קודמים.
- (2) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

**תשובה:**



- א. תחום הגדרה:  $x \neq 5, x \neq 2$ .
- נקודות חיתוך:  $(-3;0), (0;0)$ .
- עלייה:  $2 < x < 3$  או  $-1 < x < 2$ .
- ירידה:  $x < -1$  או  $3 < x < 5$  או  $x > 5$ .
- מקסימום,  $(-1; -\frac{2}{9})$ , מינימום,  $(3; -18)$ .
- אסימפטוטות:  $y = 2, x = 5, x = 2$ .

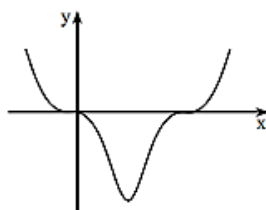


- ג. (1)  $(3; 18^n)$  מינימום,  $(0;0)$  מינימום,  $(-1; (\frac{2}{9})^n)$  מקסימום,  $(-3;0)$  מינימום.
- (2)

**שאלה 16**

- מצא עבור הפונקציה  $y = (x^2 - 6x)^3$ :
- א. נקודות מינימום ומקסימום.
  - ב. תחומי עלייה וירידה.
  - ג. נקודות חיתוך עם הצירים.
  - ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

**תשובה:**



- א.  $(3; -729)$  מינימום.
- ב. עלייה:  $x > 3$ , ירידה:  $x < 3$ .
- ג. א.  $(6;0), (0;0)$ .



שאלה 17

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2}{(x^3 - m)^2}$ ,  $m$  הוא פרמטר חיובי.

- א. הבע את תשובותיך באמצעות  $m$ , אם יש צורך.  
 (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים.  
 ידוע כי לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת קיצון בנקודה שבה  $x = -1$ .  
 ב. מצא את הערך של  $m$ .  
 הצב בפונקציה  $f(x)$  את הערך של  $m$  שמצאת, וענה על הסעיפים ג-ה.  
 ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.  
 ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 ה. נתונה הפונקציה  $g(x) = k \cdot f(x)$ ,  $k$  הוא פרמטר שלילי.  
 סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

תשובה:

$x \neq \sqrt[3]{m}$	א. (1)
$x = \sqrt[3]{m}, y = 0$	ב. (2)
$m = 2$	ג.
מינימום: $(0, 0)$	ד.
מקסימום: $(-1, \frac{1}{9})$	ה.
	ה.

שאלה 18

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{4x}{(x-1)^2} + a$ . פרמטר  $a$ .

ענה על סעיף א הבע באמצעות  $a$  במידת הצורך.

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?

(2) מה הן משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים?

(3) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.

(4) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ ?

נתון: לפונקציה יש אסימפטוטה שמשוואתה היא  $y = -3$ .  
 ב. מהו ערך הפרמטר  $a$ ?

הצב את הערך של  $a$  שמצאת וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. (1) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $y$ .

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ד. עבור אילו ערכים של  $k$  הישר  $y = k$  חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה אחת בדיוק?

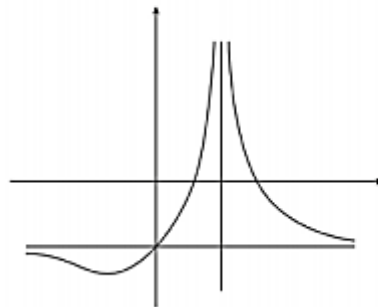
תשובה:

א. (1)  $x \neq 1$ . (2)  $x = 1, y = a$ . (3) מינימום:  $(-1, a-1)$ .

(4) עלייה:  $-1 < x < 1$ , ירידה:  $x < -1, 1 < x$ .

ב.  $a = -3$ . ג. (1)  $(0, -3)$ . (2)

ד.  $k = -3, k = -4$ .



שאלה 19

נתונה הפונקציה  $f(x) = 10\frac{2}{3}x^3 - 2a^2x + a^2$ ,  $a > 0$ .

א. הבע באמצעות  $a$  את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $y$ .

ב. (1) הבע באמצעות  $a$  את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

(2) באיזה רביע נמצאת נקודת המקסימום של הפונקציה? נמק.

ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה, כאשר למשוואה  $f(x) = 0$  יש:

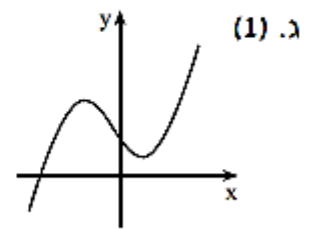
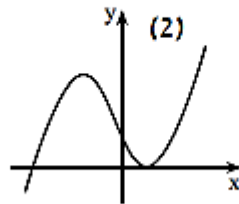
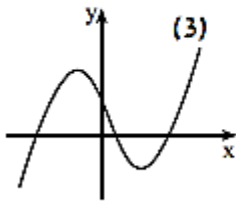
(1) פתרון אחד. (2) שני פתרונות. (3) שלושה פתרונות.

ד. היעזר בסעיפים הקודמים ומצא עבור אילו ערכי  $a$  למשוואה  $f(x) = 0$  יש:

(1) שני פתרונות. (2) פתרון אחד. (3) שלושה פתרונות.

תשובה:

א.  $(0; a^2)$  . ב. (1)  $\left(0.25a; a^2 - \frac{a^3}{3}\right)$  מינימום,  $\left(-0.25a; a^2 + \frac{a^3}{3}\right)$  מקסימום.  
 (2) ברביע השני.



ד. (1)  $a = 3$  . (2)  $0 < a < 3$  . (3)  $a > 3$  .

שאלה 20

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^4 - 1}{x^4 - 4x + 4}$ .

נסמן:  $g(x) = x^4 - 4x + 4$ .

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$  ?

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ ,

והסבר מדוע לכל  $x$  מתקיים:  $g(x) \geq 1$ .

ב. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  ? נמק.

תשובה:

א. (1) כל  $x$ . (2) מינימום. ב. כל  $x$ .

שאלה 21

נתונה הפונקציה  $f(x) = (x + 3)^4(2 - x)$  המוגדרת לכל  $x$ .

א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = \frac{1}{f(x-3)}$ .

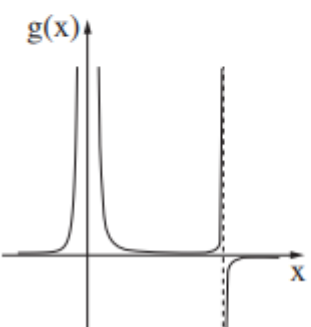
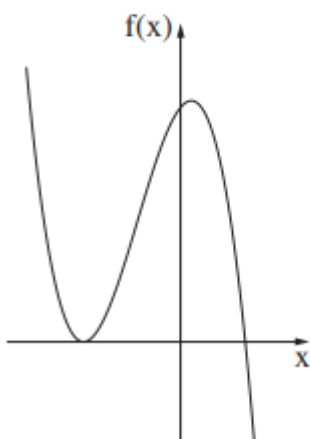
ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$  ?

(2) האם הפונקציה  $g(x)$  חותכת את הצירים, ואם כן, באילו נקודות? נמק את תשובתך.

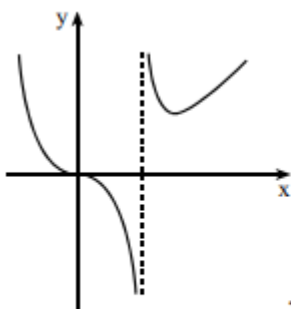
(3) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$  ?

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

תשובה:

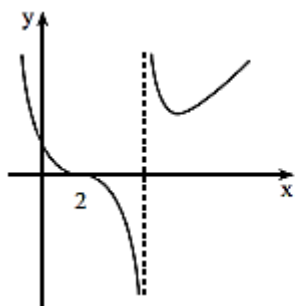
<p><math>x \neq 0, x \neq 5</math></p> <p>לא</p> <p>תחומי העלייה:</p> <p><math>x &lt; 0, 4 &lt; x &lt; 5, 5 &lt; x</math></p> <p>תחומי הירידה: <math>0 &lt; x &lt; 4</math></p> 	<p>ב. (1)</p> <p>(2) <math>(-3, 0), (0, 162), (2, 0)</math></p> <p>(3) מינימום <math>(-3, 0)</math> מקסימום <math>(1, 256)</math></p> <p>(4)</p>	<p>א. (1)</p> <p>(2)</p> <p>(3)</p> 
---	--	--

שאלה 22



- לפניך גרף של פונקציה רציונלית  $f(x)$ , המוגדרת כאשר  $x \neq 2$ .  
 גרף הפונקציה נפגש עם הצירים רק בראשית, ונקודת הקיצון היחידה של הגרף היא  $(3;27)$  מינימום, ראה ציור.  
 הפונקציה  $g(x)$  מקיימת  $g(x) = f(x-2)$ .  
 א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .  
 ב. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של גרף הפונקציה  $g(x)$ .  
 ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .  
 ד. נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x+a)$  נמצאת על ציר ה- $y$ . מצא את הערך של הפרמטר  $a$ .

תשובה:



- א.  $x \neq 4$ .  
 ב.  $(5;27)$  מינימום.  
 ד.  $a = 3$ .

שאלה 23

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 + 12x + 32}{x^2 + 9x + 20}$ .

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  והראה שעבור כל  $x \neq -4$  בתחום מתקיים:  $f(x) = \frac{x+8}{x+5}$ .  
 ב. מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $f(x)$ .  
 ג. הנקודה  $A$  היא נקודת אי-רציפות סליקה ("חור") של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (1) מצא את שיעורי הנקודה  $A$ .  
 (2) הראה שהישר המחבר את הנקודה  $A$  עם ראשית הצירים – חוצה את הזווית שבין הצירים.

תשובה:

- א.  $x \neq -5, x \neq -4$ . ב.  $x = -5, y = 1$ . ג.  $A(-4;4)$ .

שאלה 24

נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{-1}{x+2} + \frac{k}{x+6}$ .  $k$  הוא פרמטר.

נתון כי לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת קיצון בנקודה שבה  $x = -3$ .

א. מצא את הפרמטר  $k$ .

הצב  $k = 9$  בפונקציה  $f(x)$  וענה על הסעיפים ב-ג.

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

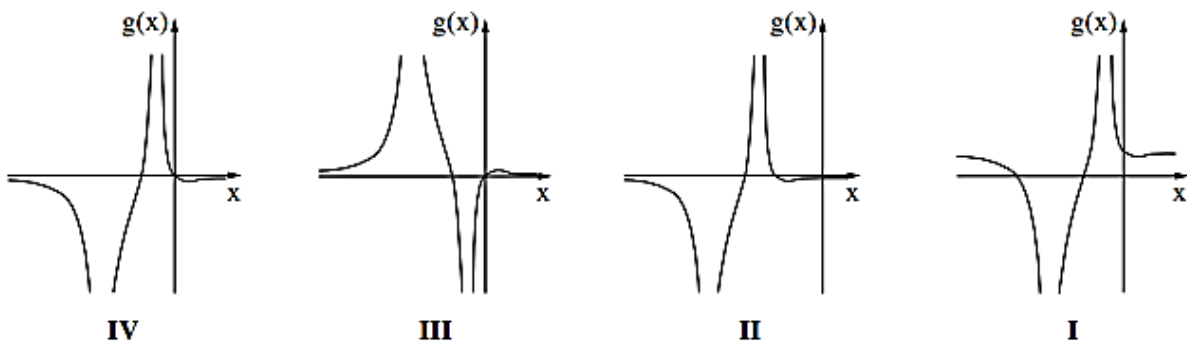
(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים.

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה:  $g(x) = f'(x)$ .

ג. אחד מן הגרפים IV-I שלפניך מתאר את גרף הפונקציה  $g(x)$ . קבע איזה, ונמק את קביעתך.



תשובה:

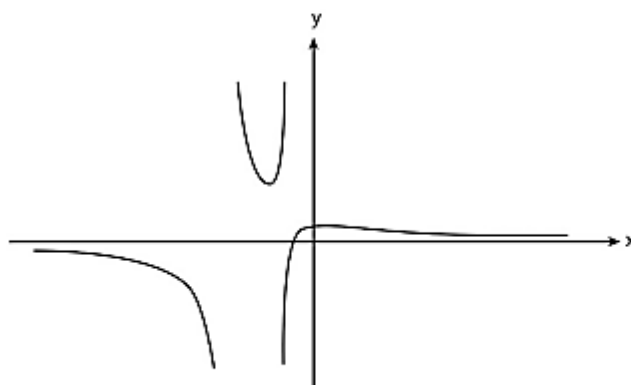
א.  $k = 9$

ב. (1)  $x \neq -6, x \neq -2$

(2)  $y = 0, x = -6, x = -2$

(3)  $(-3, 4)$  מינימום,  $(0, 1)$  מקסימום

(4)



ג. IV

שאלה 25

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{ax^2 + 4x}{x^2 + 3x + b}$ .

a ו- b הם פרמטרים.

נתון:  $x = 1$ ,  $y = 1$  הן אסימפטוטות של הפונקציה.

א. מצא את a ואת b.

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) האם יש לפונקציה אסימפטוטות נוספות המאונכות לצירים

(מלבד  $x = 1$  ו-  $y = 1$ )? הסבר.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).

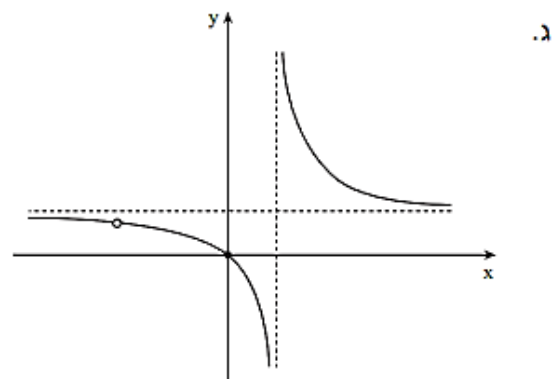
ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

תשובה:

א.  $a = 1$ ,  $b = -4$ .

ב. (1)  $x \neq 1$ ,  $x \neq -4$ . (2)  $(0; 0)$ . (3) אין. יש "חור" ב-  $(-4; \frac{4}{5})$ .

(4) ירידה:  $1 < x$  או  $-4 < x < 1$  או  $x < -4$ . עלייה: אין.



שאלה 26

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x-1}{x^2-4x-a}$ .  $a$  הוא פרמטר.

נתון כי אחת מן האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה  $f(x)$  היא  $x = -1$ .

א. מצא את  $a$ .

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) כתוב את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים.

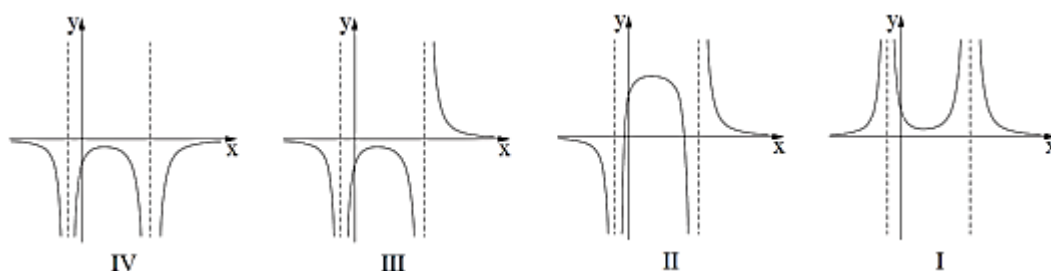
(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).

(4) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. מצא את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ , המאונכות לצירים.

ד. קבע איזה מארבעת הגרפים הנתונים בסוף השאלה (I – IV) הוא הגרף של פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ . נמק.



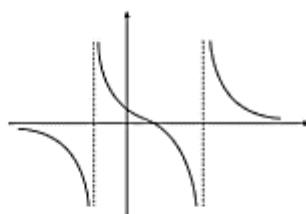
תשובה:

א.  $a = 5$ . ב. (1)  $x \neq -1, x \neq 5$ . (2)  $y = 0, x = -1, x = 5$ .

(3) תחומי עלייה:  $x < -1$  או  $-1 < x < 5$  או  $5 < x$ . תחומי ירידה:  $x < -1$  או  $-1 < x < 5$  או  $5 < x$ .

(4)  $(1, 0), (0, \frac{1}{5})$ .

(5)



ג.  $y = 0, x = -1, x = 5$ . ד. גרף IV.



שאלה 27

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{16}{x^2} - x^2$ .

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).  
 ב. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .  
 ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

תשובה:

- א. (1)  $x \neq 0$  (2) אנכית:  $x = 0$ , אופקית: אין.  
 ב. עליה:  $x < 0$ , ירידה:  $x > 0$ .  
 ג.  $(-2, 0)$ ,  $(2, 0)$ .



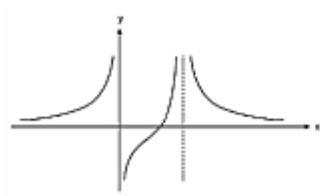
שאלה 28

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{a}{6x^2 - x^3}$ .  $a > 0$  הוא פרמטר.

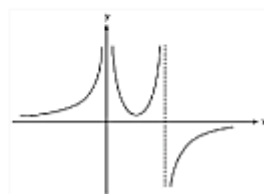
- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) רשום את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים.  
 ב. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.  
 ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 נתון: שיעור ה- $y$  של נקודת הקיצון של הפונקציה הוא  $\frac{1}{4}$ .  
 ד. מצא את  $a$ .  
 ה. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ .

תשובה:

- א. (1)  $x \neq 0$ ,  $x \neq 6$  (2)  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $x = 4$  מינימום.  
 ג. עליה:  $6 < x$  או  $4 < x < 6$  או  $x < 0$ , ירידה:  $0 < x < 4$ . ד.  $a = 8$ .



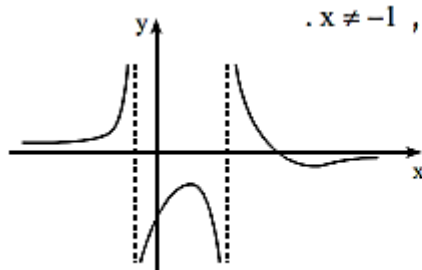
ה. (1) (2)



שאלה 29

- הישר  $x = -1$  הוא אסימפטוטה לפונקציה  $y = \frac{ax+16}{x^2-3x-b}$ . בנקודה  $x = 2$  לפונקציה יש נקודת קיצון.  
 א. מצא את  $a$  ואת  $b$ .  
 ב. מצא: תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, אסימפטוטות מקבילות לצירים, נקודות קיצון, תחומי עליה וירידה.  
 ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.  
 ד. דרך כל אחת משתי נקודות הקיצון של הפונקציה מעבירים משיק וישר המאונך למשיק. ארבעת הישרים הנ"ל יוצרים מרובע. חשב את שטח המרובע.

תשובה:

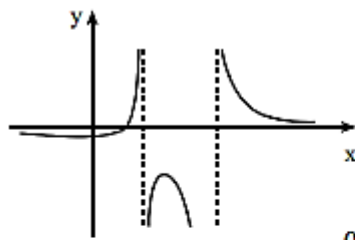


- א.  $a = -2$ ,  $b = 4$ . ב. תחום הגדרה:  $x \neq -1$ ,  $x \neq 4$ .  
 נקודות חיתוך:  $(0; -4)$ ,  $(8; 0)$ .  
 אסימפטוטות:  $x = -1$ ,  $x = 4$ ,  $y = 0$ .  
 נקודות קיצון:  $(2; -2)$  מקסימום, מינימום  $(14; -0.08)$ .  
 עלייה:  $x > 14$  או  $-1 < x < 2$  או  $x < -1$ .  
 ירידה:  $4 < x < 14$  או  $2 < x < 4$ . ד. 23.04.

שאלה 30

- הנקודה  $(4; -9)$  היא נקודת קיצון של הפונקציה  $f(x) = \frac{ax+b}{x^2-9x+18}$ .  
 א. מצא את  $a$  ואת  $b$ .  
 ב. מצא: תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, אסימפטוטות מקבילות לצירים, נקודות קיצון, תחומי עליה וירידה.  
 ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.  
 ד. הפונקציה  $g(x)$  מקיימת  $g(x) = f(x) + 11$ . שרטט בתחום  $3 < x < 6$  את הגרף של  $f(x)$  ואת הגרף של  $g(x)$  באותה מערכת הצירים.  
 ה. הפונקציה  $h(x)$  מקיימת:  $h(x) = f(x) + k$ . מצא את הערכים של  $k$  עבורם גרף הפונקציה  $h(x)$  משיק לציר ה- $x$ .

**תשובה:**



א.  $b = -18$ ,  $a = 9$ .

ב. תחום הגדרה:  $x \neq 3$ ,  $x \neq 6$ .

נקודות חיתוך:  $(2; 0)$ ,  $(0; -1)$ .

אסימפטוטות:  $x = 3$ ,  $x = 6$ ,  $y = 0$ .

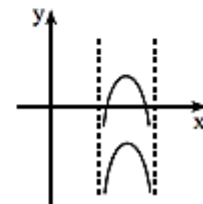
נקודות קיצון:  $(4; -9)$  מקסימום,

$(0; -1)$  מינימום. עלייה:  $3 < x < 4$  או  $0 < x < 3$ .

ירידה:  $x > 6$  או  $4 < x < 6$  או  $x < 0$ .

ה. 1 או 9.

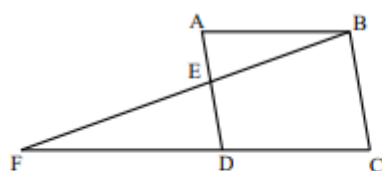
ד.



### גאומטריה במישור

**הערה:** יש להעתיק את השרטוטים בשאלות בגאומטריה לדף פתרון השאלה.

#### שאלה 31

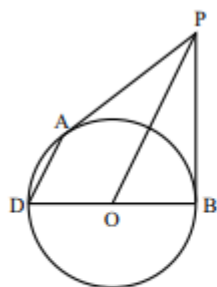


במקבילית ABCD הנקודה E נמצאת על הצלע AD. המשך BE חותך את המשך CD בנקודה F (ראה ציור). נתון: שטח המשולש ABE הוא 27 סמ"ר. שטח המשולש DFE הוא 48 סמ"ר. א. מצא את שטח המשולש BED. ב. נתון גם כי המרובע BCDE הוא בר חסימה במעגל. מצא את היחס  $\frac{AB}{EF}$ .

**תשובה:**

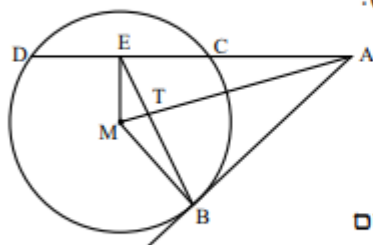
א. 36 סמ"ר. ב.  $\frac{AB}{EF} = \frac{3}{4}$

#### שאלה 32



PA ו-PB משיקים למעגל שמרכזו O. המשך BO חותך את המעגל בנקודה C (ראה ציור). א. הוכח:  $PO \parallel AD$ . הנקודה C נמצאת על הקוטר DB כך ש- $AC \perp DB$ . ב. הוכח:  $\triangle ADC \sim \triangle POB$ . PD חותך את AC בנקודה E. ג. הוכח:  $\triangle DEC \sim \triangle DPB$ . ד. הוכח:  $AC = 2EC$ .

#### שאלה 33

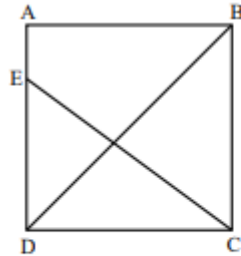


מנקודה A יוצא המשיק למעגל בנקודה B, ויוצא ישר אחר החותך את המעגל בנקודות C ו-D. הנקודה E היא אמצע המיתר DC. הנקודה M היא מרכז המעגל (ראה ציור). א. הוכח כי המרובע AEMB הוא בר חסימה במעגל. ב. אלכסוני המרובע AEMB, שהוא בר חסימה במעגל, נפגשים בנקודה T. נתון כי הנקודה T היא מפגש התיכונים במשולש BDC. הוכח כי  $TB^2 = 2MT \cdot TA$ . ג. נתון  $TE = 1$  ס"מ,  $MT = m$ . מצא את רדיוס המעגל החוסם את המרובע AEMB.

תשובה:

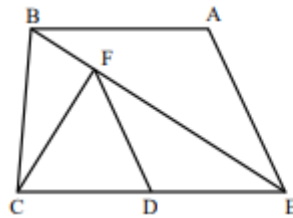
ג. 3 ס"מ.

שאלה 34



בריבוע ABCD הנקודה E נמצאת על הצלע AD (ראה ציור).  
 מעגל העובר דרך הנקודות D, E, C חותך את האלכסון BD בנקודה M, ואת הצלע BC בנקודה N.  
 הנקודה M נמצאת בין הקדקוד B ובין נקודת החיתוך של BD עם CE.  
 א. הוכח כי  $CD = EN$ .  
 ב. האם הקטע DM קצר מהקטע CE, ארוך ממנו או שווה לו? נמק.  
 ג. הוכח כי  $BM \cdot BD = AE \cdot AD$ .

שאלה 35

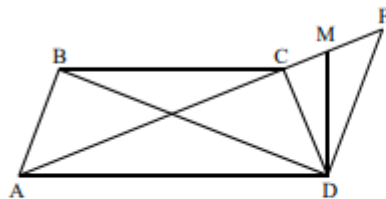


נתון טרפז ABCE ( $AB \parallel EC$ ).  
 הנקודה F נמצאת על האלכסון BE כך ש- $CF \perp BE$ .  
 הנקודה D היא אמצע הבסיס CE (ראה ציור).  
 נתון:  $\angle CEB = \angle AEB$ ,  $EA = 4a$ ,  $ED = 3a$ .  
 א. הוכח כי  $\triangle EAB \sim \triangle EDF$ .  
 ב. נתון כי שטח המשולש EAB הוא S. הבע באמצעות S את שטח המשולש CEF.  
 ג. המשך DF חותך את AB בנקודה G. הבע באמצעות S את שטח המשולש BFG.

תשובה:

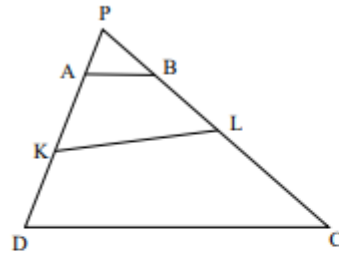
ב.  $\frac{9}{8}S$ . ג.  $\frac{1}{16}S$ .

שאלה 36



נתון טרפז שווה-שוקיים ABCD ( $BC \parallel AD$ ).  
 דרך הקדקוד D העבירו אנך ל-AD וישר המקביל לשוק AB. האנך חותך את המשך האלכסון AC בנקודה M, והישר המקביל חותך את המשך האלכסון בנקודה F (ראה ציור).  
 נסמן:  $\angle BAC = \alpha$ ,  $\angle CAD = \beta$ .  
 א. הוכח כי:  $\triangle ABC \sim \triangle FDA$ .  
 ב. הוכח כי:  $\angle CDM = \angle MDF$ .  
 ג. הוכח כי:  $\frac{AC}{AF} = \frac{MC}{MF}$ .

**שאלה 37**



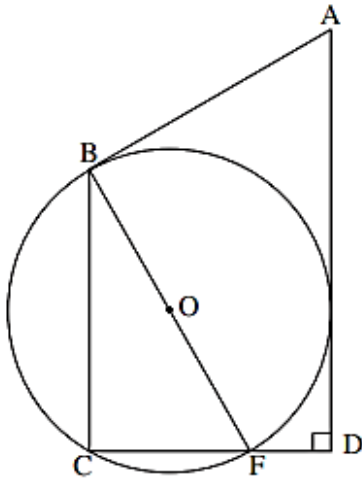
נתון משולש PDC.  
 הנקודות B ו-L מונחות על הצלע PC.  
 הנקודות A ו-K מונחות על הצלע PD,  
 כמתואר בציור.  
 נתון כי המרובע ABLK  
 הוא בר חסימה במעגל  
 וגם המרובע KLCD  
 הוא בר חסימה במעגל.  
 א. הוכח  $AB \parallel DC$ .

נתון:  $PA = 3$  ס"מ,  $PB = 4$  ס"מ, שטח המשולש ABP הוא S סמ"ר,  
 שטח המרובע ABCD הוא  $24S$  סמ"ר.  
 ב. האם אפשר לחסום במעגל את המרובע ABCD? נמק.  
 ג. מצא את אורך הצלע PD.  
 ד. נתון גם:  $BL = 5$  ס"מ.  
 היעזר בדמיון משולשים והבע באמצעות S את שטח המרובע KLCD.

**תשובה:**

ב. לא. ג. 15 ס"מ. ד.  $16S$  סמ"ר.

**שאלה 38**



המשולש BCF חסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R. BF הוא קוטר במעגל.  
 מן הנקודה A יוצאים שני משיקים למעגל – האחד משיק למעגל בנקודה B  
 והאחר חותך את המשך הצלע CF בנקודה D, כמתואר בציור שלפניך.  
 נתון:  $AD \perp CD$ .

א. הוכח:  $\angle BFC = \angle BAD$ .

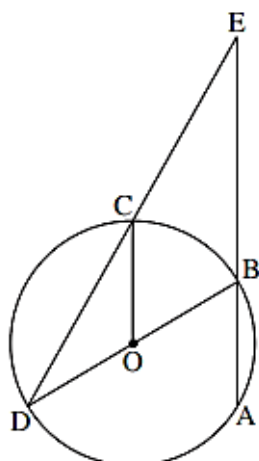
נתון: K היא נקודה על הצלע BC, כך ש- FK חוצה את  $\angle BFC$ .

ב. הוכח:  $KC = \frac{CF \cdot BO}{AB}$ .

ג. הוכח:  $KB \cdot AB = 2R^2$ .

ד. הסבר מדוע שטח  $\triangle BFK$  גדול משטח  $\triangle KFC$ .

שאלה 39



AB הוא מיתר במעגל שמרכזו O.  
 הרדיוס OC מקביל למיתר AB, כמתואר בציור.  
 BD הוא קוטר במעגל.

הנקודה E היא מפגש הישרים AB ו-DC (ראה ציור).

א. הוכח:  $\angle AED = \angle CDO$ .

ב. הוכח כי CO חוצה את הזווית DCA.

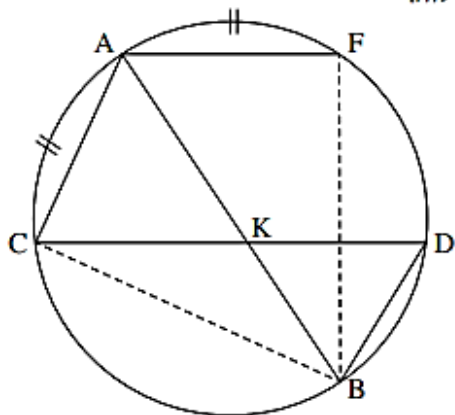
נתון:  $\frac{EB}{BA} = 2$ .

ג. הוכח כי המשולש ABO הוא שווה צלעות.

ד. נתון: שטח הטרפז COBE הוא 9.

מצא את סכום שטחי המשולשים COD ו-ABO.  $(S_{\Delta COD} + S_{\Delta ABO})$

שאלה 40



AB הוא קוטר במעגל. CD ו-AF הם שני מיתרים במעגל המקבילים זה לזה.

AB ו-CD נחתכים בנקודה K (ראה ציור).

נתון כי  $\widehat{CA} = \widehat{AF}$  (הקשתות המסומנות בציור).

א. (1) הוכח כי  $\angle FAB = \angle CAB$ .

(2) הוכח כי  $BK = BD$ .

ב. הוכח כי המרובע AFKC הוא מעוין.

ג. נתון גם כי  $BD \cdot AB = CD \cdot AC$ .

(1) הוכח כי  $\Delta BDC \sim \Delta CAB$ .

(2) הוכח כי CD הוא קוטר במעגל.

שאלה 41

נתון מעגל שמרכזו O.

ABCD הוא טרפז ישר זווית ( $\angle ADC = 90^\circ$ ,  $AB \parallel DC$ ).

הצלע AD משיקה למעגל בנקודה E.

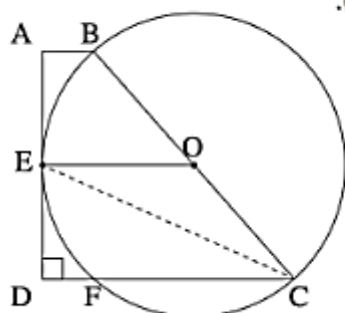
הנקודות B ו-C נמצאות על המעגל כך ש-BC הוא קוטר.

הצלע DC חותכת את המעגל בנקודה F, כמתואר בציור.

א. הוכח:  $\angle BCD = 2\angle DEF$ .

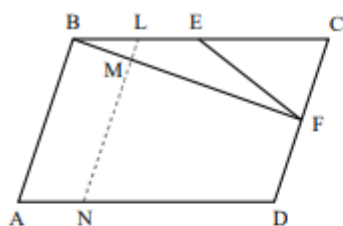
ב. הוכח:  $\Delta ABE \cong \Delta DFE$ .

ג. הוכח:  $BC = DF + DC$ .



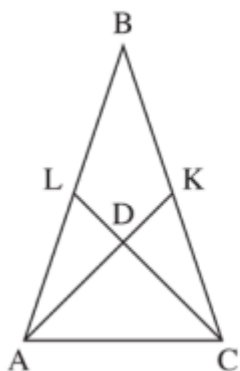


שאלה 42



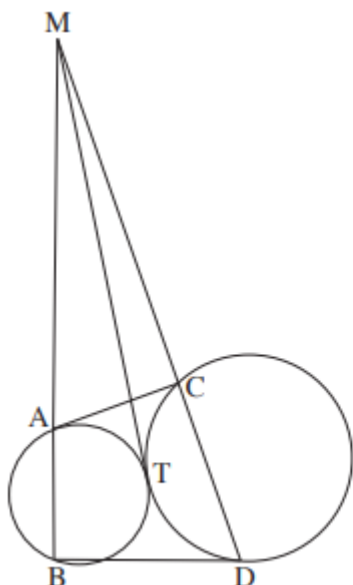
- המרובע ABCD הוא מקבילית.  
 הזווית A היא זווית חדה.  
 הנקודה E היא אמצע הצלע BC והנקודה F אמצע הצלע CD (ראה ציור).  
 א. השטח המשולש ECF הוא S. הבע את שטח המקבילית ABCD באמצעות S. נמק את תשובתך.  
 ב. הנקודה L היא אמצע הקטע BE. דרך הנקודה L העבירו ישר המקביל ל-AB וחותך את BF ואת AD בנקודות M ו-N בהתאמה. חשב את היחס  $\frac{LM}{MN}$ .  
 ג. נתון  $BE = EF$ . האם אפשר לחסום את המרובע ABFD במעגל? נמק את קביעתך.

שאלה 43



- ABC הוא משולש שווה שוקיים ( $AB = BC$ ).  
 AK ו-CL הם תיכונים במשולש, החותכים זה את זה בנקודה D.  
 נתון:  $AK \perp CL$ .  
 א. הוכח:  $BD = AC$ .  
 ב. חשב את היחס  $\frac{S_{BLDK}}{S_{\Delta ABC}}$ .  
 ג. M הוא מרכז המעגל החוסם את המרובע ALKC.  
 (1) הוכח:  $\angle AML = 90^\circ$ .  
 (2) מצא את היחס  $\frac{AM}{AD}$ .  
 תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

שאלה 44



- נתונים שני מעגלים, המשיקים זה לזה מבחוץ בנקודה T.  
 דרך הנקודה T העבירו משיק המשותף לשני המעגלים.  
 מן הנקודה M שעל המשיק העבירו שני ישרים החותכים את המעגלים בנקודות A, B, C, D, כמתואר בציור.  
 א. (1) הוכח:  $MA \cdot MB = MC \cdot MD$ .  
 (2) הוכח כי המרובע ABDC הוא בר חסימה במעגל.  
 נתון: שטח המשולש MAC שווה לשטח המרובע ABDC.  
 ב. מצא את היחס  $\frac{BD}{AC}$ .  
 נתון: אלכסוני המרובע ABDC מאונכים זה לזה.  
 AD הוא קוטר במעגל החוסם את המרובע ABDC.  
 ג. הוכח כי המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים.



## משוואות טריגונומטריות

מצאו את הפתרונות הכלליים של המשוואות הבאות:

$$6 \sin^2 x - 5 \sin x + 1 = 0 \quad .23$$

$$4 \cos^2 x - 3 \cos x - 1 = 0 \quad .25$$

$$\sin^2 2x + \sin 2x - 2 = 0 \quad .27$$

$$2 \sin^2 x - 3\sqrt{2} \sin x + 2 = 0 \quad .29$$

$$2 \cos^4 x + 3 \cos^2 x - 2 = 0 \quad .31$$

$$8 \cos^6 x - 7 \cos^3 x - 1 = 0 \quad .33$$

תשובות:

.23  $x = 30^\circ + 360^\circ k$   
 .24  $x = 360^\circ k$  ,  $x = 160.53^\circ + 360^\circ k$  ,  $x = 19.47^\circ + 360^\circ k$  ,  $x = 150^\circ + 360^\circ k$   
 .26  $x = 45^\circ + 180^\circ k$  ,  $x = \pm 104.48^\circ + 360^\circ k$  ,  $x = 360^\circ k$  .25  $x = \pm 60^\circ + 360^\circ k$   
 .27  $x = 75.96^\circ + 180^\circ k$  ,  $x = \pm 240^\circ + 720^\circ k$  .28  $x = 45^\circ + 180^\circ k$  .29  $x = \pm 263.62^\circ + 720^\circ k$   
 .30  $x = 150^\circ + 360^\circ k$  ,  $x = 30^\circ + 360^\circ k$  ,  $x = 90^\circ + 360^\circ k$  ,  $x = 90^\circ + 180^\circ k$   
 .31  $x = \pm 45^\circ + 360^\circ k$  ,  $x = \pm 135^\circ + 360^\circ k$  .32  $x = \pm 90^\circ + 360^\circ k$  ,  $x = 360^\circ k$   
 .  $x = \pm 120^\circ + 360^\circ$

$$6 \sin^2 x + 5 \cos x = 7 \quad .28$$

$$2 \cos^2 x = 3 \sin x \quad .30$$

$$6 - 2 \sin^2 x = \cos^2 x + 5 \cos x \quad .32$$

$$\sin^2 3x + \cos 3x = 1 \quad .34$$

$$\sqrt{3} \tan x = \sin x \quad .36$$

$$\cos x + 1.5 \tan x = 0 \quad .38$$

$$2 \sin x \tan x = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad .40$$

$$\sin^3 x + \cos^3 x = \sin x + \cos x \quad .42$$

תשובות:

- .28  $x = -60^\circ + 360^\circ k$  ,  $x = 60^\circ + 360^\circ k$   
 .29  $x = -70.53^\circ + 360^\circ k$  ,  $x = 70.53^\circ + 360^\circ k$  ,  $x = 30^\circ + 360^\circ k$  ,  $x = 90^\circ + 360^\circ k$   
 .30  $x = 150^\circ + 360^\circ k$  ,  $x = 30^\circ + 360^\circ k$  .31  $x = 180^\circ k$   
 .32  $x = 360^\circ k$  .33 אין פתרון. .34  $x = 30^\circ + 60k$  ,  $x = 120^\circ k$   
 .35  $x = 22.5^\circ + 90^\circ k$  .36  $x = 180^\circ k$  .37  $x = 90^\circ + 180^\circ k$  ,  $x = 90^\circ + 360^\circ k$   
 .38  $x = -30^\circ + 360^\circ k$  ,  $x = 210^\circ + 360^\circ k$  .39  $x = 30^\circ + 360^\circ k$  ,  $x = 150^\circ + 360^\circ k$   
 .40  $x = \pm 30^\circ + 360^\circ k$  .41  $x = 180^\circ k$  ,  $x = 90^\circ + 180^\circ k$  .42  $x = 180^\circ k$   
 $x = -45^\circ + 180^\circ k$  ,  $x = 90^\circ + 180^\circ k$

$$\sin x = 3 \cos x \quad .49$$

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = 0 \quad .51$$

$$\cos 3x + \sqrt{3} \sin 3x = 0 \quad .53$$

$$\sin \frac{x}{2} - 3 \cos \frac{x}{2} = 0 \quad .55$$

$$\sin 3x \sin x = \sqrt{3} \sin 3x \cos x \quad .57$$

$$\sin^3 x = 8 \cos^3 x \quad .59$$

תשובות:

- .49  $x = 71.57^\circ + 180^\circ k$  .51  $x = -60^\circ + 180^\circ k$   
 .53  $x = -10^\circ + 60^\circ k$  .55  $x = 143.13^\circ + 360^\circ k$   
 .57  $x = 60^\circ + 180^\circ k$  ,  $x = 60^\circ k$  .59  $x = 63.43^\circ + 180^\circ k$

**בהצלחה!**