

## עבודה במתמטיקה לחופשת קיץ תשפ"ג – 4 יחידות – לעולים לכיתה י"א

### הקמפוס השש-שנתי אחד העם פי"ת

תלמידים יקרים,

לפניכם עבודת הגשה במתמטיקה המכילה 40 שאלות בנושאים שונים שנלמדו בכיתה י'.

את העבודה תתבקשו להגיש למורה בתחילת שנת הלימודים תשפ"ד לבדיקה.

על העבודה יינתן ציון, והוא יחושב כחלק מציון מחצית א' תשפ"ד.

מומלץ להיעזר בדף הנוסחאות לרמת 4 יחידות בעת פתרון העבודה.

**יש להציג דרך פתרון מלאה לכל שאלה, כולל נימוקים.**

יש להקפיד על כתב מסודר וברור, לפרט את חישוביכם ולפתור כל שאלה בדף נפרד.

בהצלחה וחופשה מהנה,

צוות מתמטיקה

### גאומטריה אנליטית

#### שאלה 1

במשולש ABC משוואת הצלע AB היא  $y = 3x - 5$ . נתון:  $B(4; 7)$ .

משוואת התיכון CD לצלע AB היא  $y = -x + 15$ .

א. מצא את שיעורי הקדקוד A. ב. הוכח:  $S_{ADC} = S_{BDC}$ .

תשובה: א.  $(6; 13)$ .

#### שאלה 2

המשולש ABC הוא ישר-זווית. משוואת היתר AC היא  $y = -\frac{1}{3}x + 7$ .

ומשוואת הניצב BC היא  $y = 2x$ . הנקודה  $D(-2; 1)$  נמצאת על הניצב AB.

א. מצא את שיעורי הקדקוד A.

ב. מצא את משוואת הגובה ליתר AC.

תשובה: א.  $(-42; 21)$ . ב.  $y = 3x$ .

#### שאלה 3

במעוין ABCD, שניים מהקדקודים הם  $A(3; 1)$  ו-  $B(7; 4)$ . משוואת

האלכסון AC היא  $y = 2x - 5$ . מצא את שיעורי הקדקודים C ו- D.

תשובה:  $C(7; 9)$ ,  $D(3; 6)$ .

**שאלה 4**

נתון דלתון  $ABCD$  ( $AB = AD, CB = CD$ ).

הקודקוד  $B$  מונח על ציר ה- $y$  והקודקודים  $C$  ו- $D$  מונחים על ציר ה- $x$ , כמתואר בציור.

משוואת הישר  $BD$  היא:  $y = -\frac{1}{3}x + 3$ .

א. מצא את שיעורי הקודקודים  $B, C$  ו- $D$ .

שיעורי הקודקוד  $A$  הם  $(7, 9)$ .

ב. חשב את שטח הדלתון  $ABCD$ .

הישר  $y = 5.4$  חותך את הישרים  $AB$  ו- $AD$  בנקודות  $E$  ו- $F$  בהתאמה.

אורך הקטע  $EF$  הוא 5.

ג. (1) חשב את שטח המשולש  $AEF$ .

(2) חשב את שטח המחומש  $EFDCB$ .

**תשובה:**

א.  $B(0,3), C(4,0), D(9,0)$ . ב. 45 יח"ר  $S =$ .

ג. (1) 9 יח"ר  $S =$ . (2) 36 יח"ר  $S =$ .

**שאלה 5**

$CE$  הוא תיכון במשולש  $ABC$ .

נתון:  $A(-1,0), B(7,4)$ , הקודקוד  $C$

נמצא על ציר ה- $x$  (ראה ציור).

א. מצא את שיעורי הנקודה  $E$ .

נתון:  $EB = BC$ , שיעורי ה- $x$  של

הקודקוד  $C$  גדול משיעור ה- $x$

של הקודקוד  $B$ .

ב. מצא את שיעורי הקודקוד  $C$ .

מן הנקודה  $B$  הורידו אנך לציר ה- $x$ .

האנך שהורידו חותך את הקטע  $CE$  בנקודה  $K$  ואת ציר ה- $x$

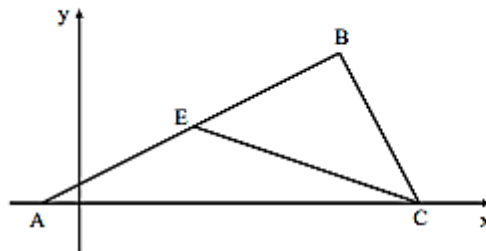
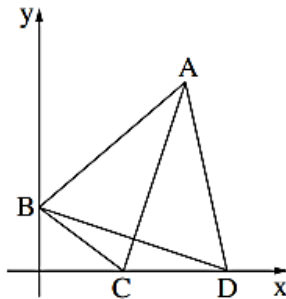
בנקודה  $F$ .

ג. (1) מצא את שיעורי הנקודה  $K$  ואת אורך הקטע  $KF$ .

(2) חשב את שטח המשולש  $EKF$ .

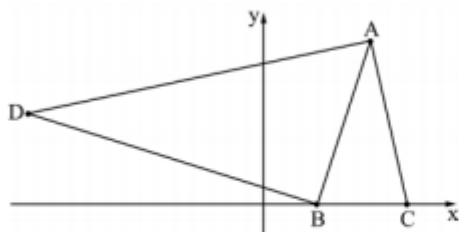
**תשובה:**

א.  $E(3,2)$ . ב.  $C(9,0)$ . ג. (1)  $K(7, \frac{2}{3}), KF = \frac{2}{3}$ . (2)  $\frac{4}{3}$ .



שאלה 6

נתון משולש ABC. הקודקודים B ו-C מונחים על ציר ה-x, כמתואר בציור שלפניך. הקודקוד A נמצא ברביע הראשון.



משוואת הצלע AC היא:  $y = -4\frac{1}{2}x + 36$ . נתון כי אורך הצלע BC הוא 5. א. מצא את שיעורי הנקודות C ו-B. נתון כי שטח המשולש ABC הוא  $22\frac{1}{2}$ . ב. מצא את שיעורי הנקודה A.

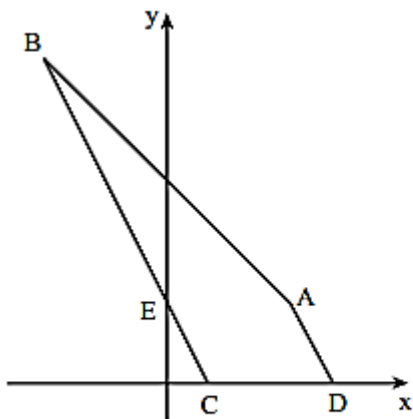
D היא נקודה ברביע השני כך ש-DB מאונך ל-AB. ג. מצא את משוואת הישר BD.

נתון כי שיעור ה-x של הנקודה D הוא -12. ד. הוכח כי  $\angle DAC = 90^\circ$ .

תשובה:

א.  $B(3,0), C(8,0)$ . ב.  $A(6,9)$ . ג.  $y = -\frac{1}{3}x + 1$ .

שאלה 7



ABCD הוא מרובע שבו  $BC \parallel AD$ . הצלע AB מונחת על הישר  $x + y = 10$ , והצלע CD מונחת על ציר ה-x. נתון:  $D(8;0), C(2;0)$ . שיעור ה-x של הנקודה A הוא 6. א. מצא את שיעור ה-y של הנקודה A. ב. מצא את משוואת הישר AD. ג. מצא את שיעורי הנקודה B. ד. הישר BC חותך את ציר ה-y בנקודה E.

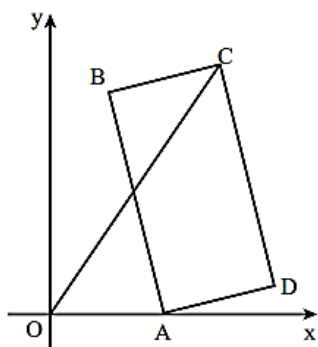
(1) הראה כי הישר AE מקביל לציר ה-x.  
 (2) מצא את שטח המשולש AEB.

תשובה:

א.  $y_A = 4$ . ב.  $y = -2x + 16$ . ג.  $(-6;16)$ . ד. (2) 36 יח"ר.

**שאלה 8**

במלבן ABCD הקדקוד A נמצא על ציר ה-x (ראה ציור).



שיעורי ה-y של הקדקוד B הוא 8.

משוואת הצלע BC היא  $y = \frac{1}{4}x + 7\frac{1}{2}$ .

משוואת הישר OC (O – ראשית הצירים)

היא  $y = 1.5x$ .

א. מצא את השיעורים של הקדקוד B

ושל הקדקוד C.

ב. (1) מצא את השיעורים של הקדקוד A.

(2) מצא את השיעורים של נקודת

המפגש של אלכסוני המלבן.

ג. מצא את שטח המשולש OAD.

**תשובה:**

א.  $B(2;8)$ ,  $C(6;9)$ . ב. (1)  $A(4;0)$ . (2)  $(5;4.5)$ . ג. 2 יח"ר.

**שאלה 9**

המרובע ABCD שבסרטוט שלפניכם הוא דלתון.

$BA = BC$ ,  $DA = DC$

אלכסוני הדלתון נפגשים בנקודה E.

נתון:  $A(-7, 3)$ ,  $C(1, -1)$

הקודקוד B נמצא על ציר ה-y,

והקודקוד D נמצא ברביע השלישי.

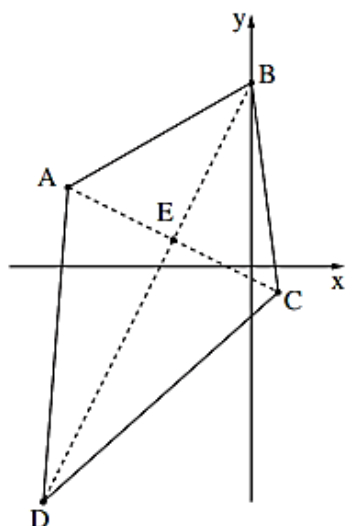
א. (1) מצאו את משוואת האלכסון BD.

(2) מצאו את שיעורי הקודקוד B.

נתון: שטח הדלתון ABCD הוא 80.

ב. מצאו את האורך של האלכסון BD. השאירו שורש בתשובתכם.

ג. מצאו את שיעורי הקודקוד D.



**תשובה:**

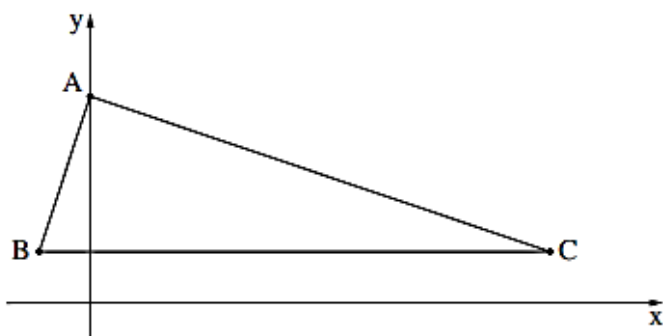
$y = 2x + 7$  | א. (1)

$B(0, 7)$  | (2)

$BD = \sqrt{320} = 8\sqrt{5}$  | ב.

$D(-8, -9)$  | ג.

**שאלה 10**



- לפניך משולש ABC (ראה סרטוט).  
 נתון: הנקודה A נמצאת על ציר ה- $y$ .  
 הנקודות B ו-C נמצאות על הישר  $y = 2$ .  
 משוואת הישר AB היא  $y = 3x + 8$ .  
 א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.  
 נתון: אורך הצלע AC הוא  $\sqrt{360}$ .  
 הנקודה C נמצאת ברביע הראשון.  
 ב. מצא את שיעורי הנקודה C.  
 ג. הוכח כי הצלע AB מאונכת לצלע AC.

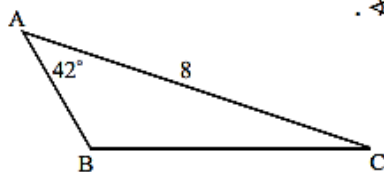
**תשובה:**

א.  $A(0,8)$ ,  $B(-2,2)$ ,  $C(18,2)$ . ג. הוכחה.

**טריגונומטריה במישור**

**הערה:** יש להעתיק את השרטוטים בשאלות בטריגונומטריה לדף פתרון השאלה.

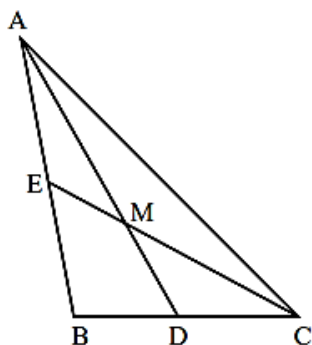
**שאלה 11**



- במשולש ABC נתון:  $AC = 8$  ס"מ,  $\angle A = 42^\circ$ .  
 והצלע BC ארוכה ב-5 ס"מ מהצלע AB.  
 א. חשב את אורך הצלע BC.  
 ב. BD הוא תיכון לצלע AC.  
 חשב את שטח המשולש BCD.

**תשובה:** א. 6.782 ס"מ. ב. 2.385 סמ"ר.

**שאלה 12**

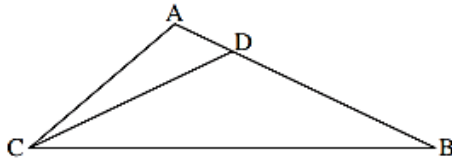


- AD ו-CE הם תיכונים במשולש ABC הנפגשים בנקודה M (ראה ציור).  
 נתון:  $AD = 12$  ס"מ,  $CE = 9$  ס"מ,  $\angle CMD = 40^\circ$ .  
 א. חשב את אורכי הקטעים MD, MC.  
 ב. חשב את אורך הצלע BC.  
 ג. חשב את גודל הזווית  $\angle MCD$ .  
 ד. חשב את שטח המשולש ADB.

**תשובה:**

א.  $MC = 6$  ס"מ,  $MD = 4$  ס"מ. ב. 7.81 ס"מ. ג.  $41.21^\circ$ . ד. 23.14 סמ"ר.

**שאלה 13**



הנקודה D נמצאת על הצלע AB במשולש ABC

כך ש-  $AD = \frac{1}{3}AC$  (ראה ציור).

נתון:  $\angle ACD = 15^\circ$ ,

הזווית ADC היא זווית חדה.

א. חשב את גודל הזווית ADC.

נתון כי CDB הוא משולש שווה שוקיים ( $CD = DB$ ) ושטחו שווה ל-40.

ב. חשב את אורך הקטע AD.

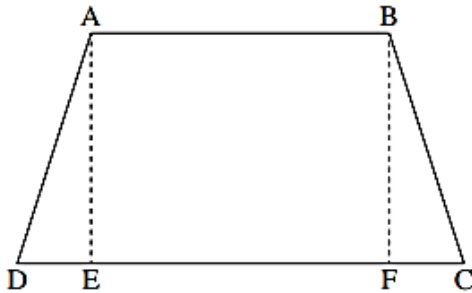
הנקודה P היא אמצע הקטע CD.

ג. חשב את אורך הקטע PB.

**תשובה:**

- |    |                    |
|----|--------------------|
| א. | $\sim 50.94^\circ$ |
| ב. | $\sim 2.88$        |
| ג. | $\sim 13.92$       |

**שאלה 14**



נתון טרפז שווה שוקיים ABCD ( $AB \parallel CD$ ).

AE ו-BF הם גבהים של הטרפז, כמתואר בסרטוט שלפניך.

נתון:  $AB = 12$ ,  $CD = 18$ ,  $AD = BC = 10$ .

א. (1) מצא את אורך הקטע FC.

(2) מצא את גובה הטרפז.

ב. מצא את גודל הזווית החדה של הטרפז.

ג. מצא את אורך אלכסון הטרפז, BD.

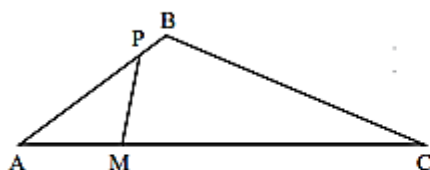
ד. מצא את גודל הזווית שבין האלכסון BD ובין הבסיס CD.

**תשובה:**

- |        |                         |
|--------|-------------------------|
| א. (1) | 3                       |
| (2)    | $\sqrt{91} \sim 9.54$   |
| ב.     | $72.54^\circ$           |
| ג.     | $\sqrt{316} \sim 17.78$ |
| ד.     | $32.45^\circ$           |

שאלה 15

במשולש ABC הנקודה P נמצאת על הצלע AB, והנקודה M נמצאת על הצלע AC (ראה ציור).

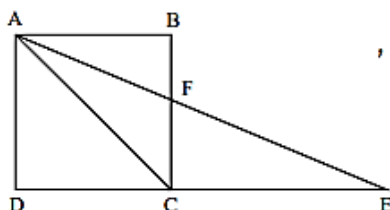


- נסמן:  $AP = x$   
 נתון כי:  $PM = 0.6x$   
 $\angle AMP = 100^\circ$ ,  $\angle ABC = 120^\circ$   
 $MC = 12$  ס"מ,  $AM = 4$  ס"מ  
 א. (1) חשב את הזווית PAM.  
 (2) חשב את אורך הצלע BC.  
 ב. חשב את אורך הקטע BM.  
 ג. מצא את יחס שטחי המשולשים  $\frac{S_{\triangle APM}}{S_{\triangle BMC}}$ .  
 נמק את תשובתך.

תשובה:

- א. (1)  $36.22^\circ$ . (2) 10.917 ס"מ. ב. 4.84 ס"מ. ג.  $\frac{1}{3}$ .

שאלה 16



- נתון ריבוע ABCD.  
 הנקודה E נמצאת על המשך הצלע DC, כמתואר בציור. המשולש ACE הוא שווה שוקיים ( $AC = CE$ ). הישר AE חותך את הצלע BC בנקודה F.  
 א. מצא את זוויות המשולש ACE.

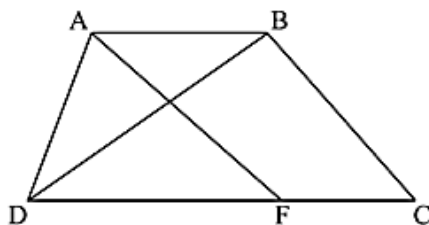
- שטח המשולש ACE הוא  $8\sqrt{2}$  סמ"ר.  
 ב. חשב את אורך צלע הריבוע.  
 ג. חשב את אורך הקטע DF.

תשובה:

- א.  $135^\circ$ ,  $22.5^\circ$ ,  $22.5^\circ$ . ב. 4 ס"מ. ג. 4.635 ס"מ.

שאלה 17

בטרפז ABCD ( $AB \parallel DC$ ) שבציור שלפניך נתון:



$BC = 4$ ,  $DC = 7$ ,  $BD = 6$

- א. חשב את גודל הזווית  $\angle BDC$ .

נתון:  $AB = AD$

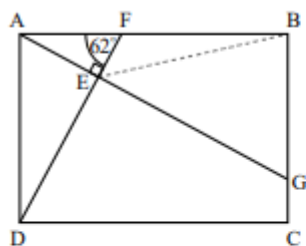
- ב. מצא את אורך הצלע AD.

- הנקודה F נמצאת על הצלע DC. נתון כי שטח המשולש ADF הוא 8.  
 ג. מצא את אורך הצלע DF.

תשובה:

- א.  $34.77^\circ$ . ב. 3.652. ג. 4.676.

**שאלה 18**



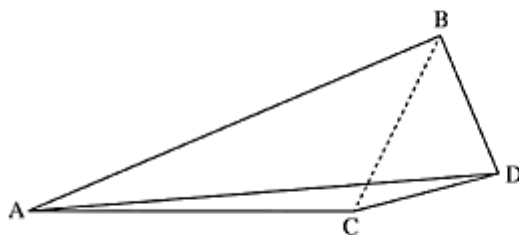
- נתון מלבן ABCD .  
 הנקודה F נמצאת על הצלע AB  
 כך ש-  $AF = 0.6a$  ,  $FB = a$  .  
 הנקודה G נמצאת על הצלע BC  
 כך ש- AG מאונך ל- DF .  
 AG ו- DF נחתכים בנקודה E  
 (ראה ציור). נתון:  $\angle AFE = 62^\circ$  .  
 א. הבע את אורך הקטע EF באמצעות a .  
 ב. הבע את אורך הקטע BE באמצעות a .  
 ג. נתון: 5 ס"מ = a .  
 (1) מצא את הזווית EBA .  
 (2) חשב את שטח המשולש EBG .

**תשובה:**

- א. (1)  $0.2817a$  . (2)  $1.159a$  . ב. (1)  $12.4^\circ$  . (2) 12.04 סמ"ר .

**שאלה 19**

- ABD הוא משולש ישר-זווית ( $\angle ABD = 90^\circ$ ) .  
 נסמן:  $BD = a$  . נתון:  $AB = 3a$  .  
 א. חשב את גודל הזווית ADB .

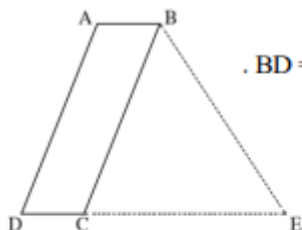


- ב. חשב את גודל הזווית ADB .  
 C היא נקודה מחוץ למשולש.  
 נתון:  $CD = BD$  ,  $\angle ADC = 10^\circ$  .  
 ג. הבע באמצעות a את אורך הקטע BC .  
 ד. הבע באמצעות a את אורך הקטע AC .  
 E. נתון: שטח המשולש BDC הוא 30 סמ"ר .  
 חשב את שטח המרובע ABDC .

**תשובה:**

- א.  $71.565^\circ$  . ב.  $1.306a$  . ג.  $2.185a$  . ד.  $107.55$  ס"מ =  $S_{ABDC}$  .

**שאלה 20**



- נתונה מקבילית ABCD , כמתואר בציור .  
 נתון:  $\angle ABC = 68^\circ$  ,  $AB = a$  ,  $AD = 3a$  ,  $BD = 28$  .  
 א. מצא את a .  
 ב. חשב את זוויות המשולש DBC .  
 הנקודה E נמצאת על המשך הצלע DC ,  
 כמתואר בציור .  
 נתון: שטח המשולש BED הוא 356 .  
 ג. מצא את אורך הקטע CE .



**תשובה:**

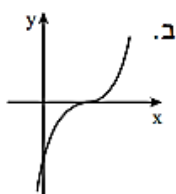
א.  $a=8$  ב.  $112^\circ, 15.36^\circ, 52.64^\circ$  ג. 24 .

### חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

#### שאלה 21

- נתונה הפונקציה  $f(x)=8(2x-1)^3$  המוגדרת לכל  $x$ .
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.
  - מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).
  - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
  - הגרף של הפונקציה  $g(x)$  הוא קו ישר. ישר זה עובר דרך נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.
    - מצא את משוואת הישר.
    - מצא את הערך של  $g\left(\frac{1}{4}\right)$  ואת הערך של  $f\left(\frac{1}{4}\right)$ .

**תשובה:**

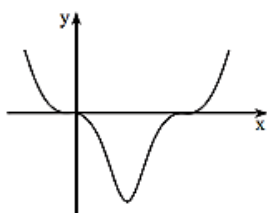


- $(1) \left(\frac{1}{2}; 8\right), (0; -8)$  עלייה: כל  $x$ ; ירידה: אין.
- $y = 16x - 8$
- $(2) f\left(\frac{1}{4}\right) = -1, g\left(\frac{1}{4}\right) = -4$

#### שאלה 22

- מצא עבור הפונקציה  $y = (x^2 - 6x)^3$ :
- נקודות מינימום ומקסימום.
  - תחומי עלייה וירידה.
  - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

**תשובה:**



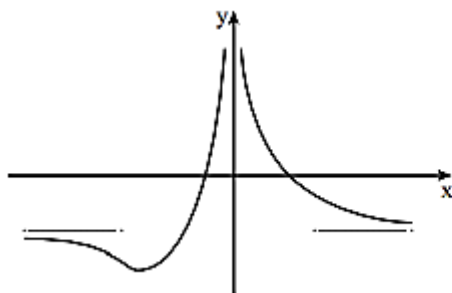
- $(3; -729)$  מינימום.
- עלייה:  $x > 3$ , ירידה:  $x < 3$ .
- א.  $(0; 0), (6; 0)$

שאלה 23

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{-x^2 + 2x + 3}{x^2}$ .

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- נתון כי הפונקציה  $g(x)$  מקיימת:  $g'(x) = f(x)$ .  
 $g'(x)$  ו- $g(x)$  מוגדרות באותו תחום.)  
 העבירו משיקים לגרף הפונקציה  $g(x)$  המקבילים לציר ה- $x$ .  
 מה הם שיעורי ה- $x$  של נקודות ההשקה של המשיקים האלה? נמק.

תשובה:

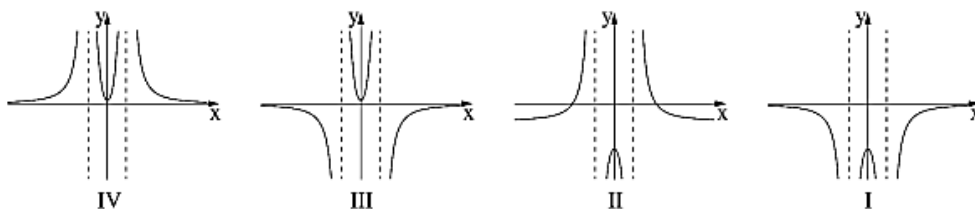


- $x \neq 0$ .
- $y = -1, x = 0$ .
- $(-1; 0), (3; 0)$ .
- מינימום  $(-3; -1\frac{1}{3})$ .
- $x = 3, x = -1$ .

שאלה 24

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{3x}{x^2 - 1} + 2$ .

- מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?
  - מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים.
  - מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.
  - מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).
  - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. איזה מן הגרפים I-IV הוא גרף פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ ? נמק.



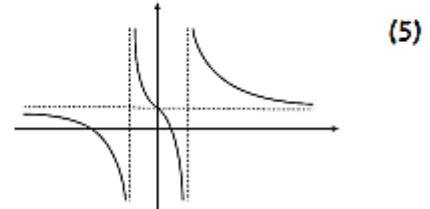
תשובה:

א. (1)  $x \neq -1, x \neq 1$  (2)  $x = -1, x = 1$  ,  $y = 2$  .

(3)  $(0, 2)$  ,  $(-2, 0)$  ,  $(0.5, 0)$  .

(4) תחומי עלייה: אין, תחומי ירידה:  $x > 1$  או  $-1 < x < 1$  או  $x < -1$  .

ב. גרף I.



שאלה 25

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{4x}{(x-1)^2} + a$  . פרמטר a .

ענה על סעיף א הבע באמצעות a במידת הצורך.

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  ?

(2) מה הן משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים?

(3) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  , וקבע את סוגה.

(4) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  ?

נתון: לפונקציה יש אסימפטוטה שמשוואתה היא  $y = -3$  .  
 ב. מהו ערך הפרמטר a ?

הצב את הערך של a שמצאת וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. (1) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $y$  .

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  .

ד. עבור אילו ערכים של k הישר  $y = k$  חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה אחת בדיוק?

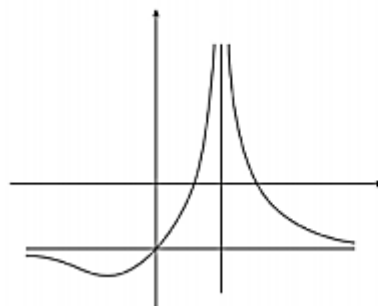
תשובה:

א. (1)  $x \neq 1$  (2)  $x = 1$  ,  $y = a$  (3) מינימום:  $(-1, a-1)$  .

(4) עלייה:  $-1 < x < 1$  , ירידה:  $x < -1$  ,  $x > 1$  .

ב.  $a = -3$  . ג. (1)  $(0, -3)$  (2)

ד.  $k = -3$  ,  $k = -4$  .

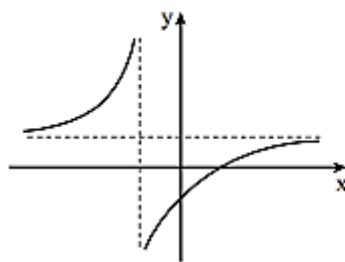


שאלה 26

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x-2}{2x+4}$ .

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.  
 (2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.  
 (3) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המקבילות לצירים.  
 (4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה),  
 ואת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה). נמק.  
 (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.  
 ב. בנקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$  מעבירים  
 משיק לגרף הפונקציה. בנקודה נוספת,  $P$ , שעל גרף הפונקציה,  
 גם מעבירים משיק. שני המשיקים מקבילים זה לזה.  
 מצא את שיעורי הנקודה  $P$ .  
 ג. הפונקציה  $g(x)$  מקיימת  $g(x) = f(x) + C$ .  
 האסימפטוטה האופקית של  $g(x)$  מתלכדת עם ציר ה- $x$ .  
 מצא את  $C$ . הסבר את תשובתך.

תשובה:



- א. (1)  $x \neq -2$  (5)  
 (2)  $(2;0)$ ,  $(0; -\frac{1}{2})$   
 (3)  $y = \frac{1}{2}$ ,  $x = -2$   
 (4) אין נקודת קיצון,  
 עלייה:  $x > -2$ ,  $x < -2$ ;  
 ירידה: אין.  
 ב.  $(-6;1)$ . ג.  $c = -\frac{1}{2}$

שאלה 27

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{2x^2 + 4}{x^2 - a}$ .  $0 < a$  הוא פרמטר.

- ענה על סעיף א. הבע את תשובותיך באמצעות  $a$  במידת הצורך.  
 א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).  
 (3) מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה  $f(x)$ .

לפונקציה  $f(x)$  יש אסימפטוטה אנכית  $x = 1$ .  
 ב. מצא את  $a$ .

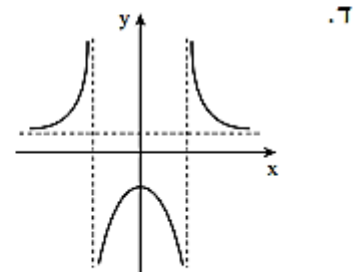
- הצב את  $a$  שמצאת בסעיף ב וענה על הסעיפים ג-ה.  
 ג. (1) האם לפונקציה  $f(x)$  יש אסימפטוטה אנכית נוספת?  
 אם כן – מהי? אם לא – נמק.  
 (2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגה.  
 (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 ה. עבור אילו ערכים של  $k$  אין פתרון למשוואה  $f(x) = k$ ? נמק.

תשובה:

א. (1)  $x \neq \pm\sqrt{a}$ . (2)  $(0; -\frac{4}{a})$ . (3)  $y = 2$ . ב.  $a = 1$ . ג. (1)  $x = -1$ .

(2) מקסימום.  $(0; -4)$ .

(3) עלייה:  $-1 < x < 0$  או  $x < -1$ ; ירידה:  $x > 1$  או  $0 < x < 1$ .



ה.  $-4 < k \leq 2$ .

שאלה 28

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{m-4x}{(x-1)^2}$ ,  $m$  הוא פרמטר.

לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת קיצון בנקודה שבה  $x=3$ .

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. מצא את ערך הפרמטר  $m$ .

הצב  $m=8$ , וענה על הסעיפים ג, ד ו-ה.

ג. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המקבילות לצירים.

(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$

(אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

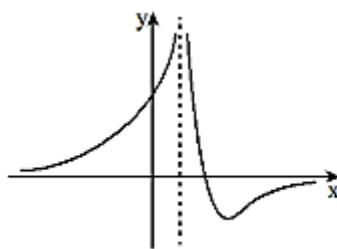
(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. היעזר בגרף שסרטטת, ומצא עבור אילו ערכים של  $x$

מתקיים  $f(x) > 0$  וגם  $f'(x) > 0$ .

תשובה:



ד.

א.  $x \neq 1$  . ב.  $m=8$

ג. (1)  $x=1, y=0$  . (2)  $(0;8), (2;0)$

(3)  $(-1;-3)$  מינימום.

(4) תחומי עלייה:  $x > 3$  או  $x < 1$

תחומי ירידה:  $1 < x < 3$

ה.  $x < 1$

שאלה 29

א. נתונה הפונקציה  $f(x) = -x^3 - 3x^2 - 8x - 24$ .

(1) הוכח שהפונקציה  $f(x)$  יורדת לכל ערך של  $x$

(2) חשב את  $f(-3)$ .

(3) על-פי הסעיפים (1) ו-(2), מצא עבור אילו ערכי  $x$  הפונקציה  $f(x)$

שלילית, ועבור אילו ערכי  $x$  היא חיובית.

ב. נתונה הפונקציה  $g(x) = -\frac{x^4}{4} - x^3 - 4x^2 - 24x - 7$ .

(1) מצא בעזרת סעיף א' את נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ ,

וקבע אם היא מינימום או מקסימום.

(2) הסבר מדוע אין לפונקציה  $g(x)$  נקודות קיצון נוספות.

ג. מצא עבור אילו ערכים של  $k$  למשוואה  $g(x) = k$ :

(1) יש פתרון יחיד. (2) יש שני פתרונות. (3) אין אף פתרון.

תשובה:

א. (2)  $f(-3) = 0$  . (3) חיובית:  $x < -3$  , שלילית:  $x > -3$

ב. (1)  $(-3; 35.75)$  מקסימום.

ג. (1)  $k = 35.75$  . (2)  $k < 35.75$  . (3)  $k > 35.75$

שאלה 30

נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{-1}{x+2} + \frac{k}{x+6}$ .  $k$  הוא פרמטר.

נתון כי לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת קיצון בנקודה שבה  $x = -3$ .

א. מצא את הפרמטר  $k$ .

הצב  $k = 9$  בפונקציה  $f(x)$  וענה על הסעיפים ב-ג.

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

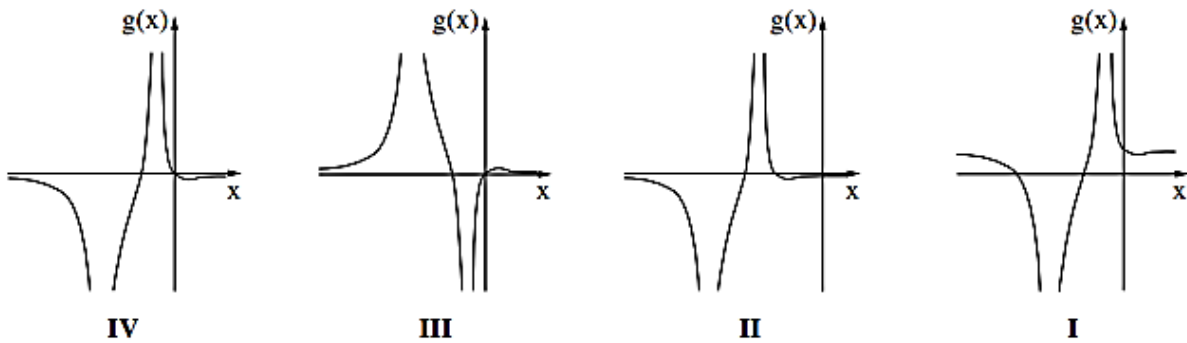
(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים.

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה:  $g(x) = f'(x)$ .

ג. אחד מן הגרפים IV-I שלפניך מתאר את גרף הפונקציה  $g(x)$ . קבע איזה, ונמק את קביעתך.



תשובה:

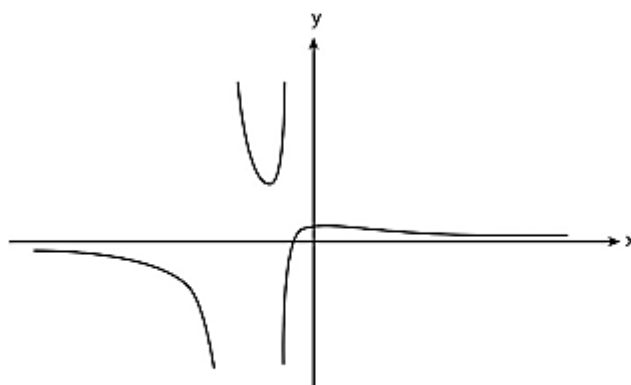
א.  $k = 9$

ב. (1)  $x \neq -6, x \neq -2$

(2)  $y = 0, x = -6, x = -2$

(3)  $(-3, 4)$  מינימום,  $(0, 1)$  מקסימום

(4)



ג. IV

שאלה 31

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{3x^2}{x^2 - 4x + 3} + a$ . הוא פרמטר  $a$ .

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
  - ב. מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש צורך, הבע באמצעות  $a$ ).
  - ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן (אם יש צורך, הבע באמצעות  $a$ ).
  - ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
- נתון: האסימפטוטה האופקית של הפונקציה  $f(x)$  נמצאת מתחת לציר ה- $x$ .
- ה. בחר ערך מסוים של  $a$  שמתאים לנתון. נמק את בחירתך.

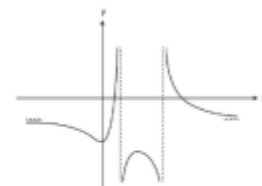
הצב בפונקציה  $f(x)$  את  $a$  שבחרת וענה על סעיפים ו-ז.

- ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ז. מצא את משוואת הישר המקביל לציר ה- $x$  וחותך את גרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה אחת בלבד (מצא את 3 האפשרויות).

תשובה:

- א.  $x \neq 1, x \neq 3$ . ב.  $y = 3 + a, x = 1, x = 3$ .
- ג. מקסימום,  $(0, a)$  מינימום.
- ד. עליה:  $1 < x < 1.5$  או  $0 < x < 1$  ירידה:  $3 < x$  או  $1.5 < x < 3$  או  $x < 0$ .
- ה. למשל  $a = -4$  או עבור כל:  $a < -3$ .

ו|



- ז.  $y = -1, y = -4, y = -13$ .



**שאלה 32**

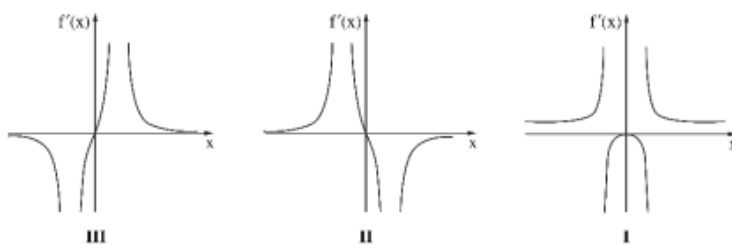
נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{4}{4x^2-1} + b$ ,  $b$  הוא פרמטר.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. (1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ ,  
 וקבע את סוגה (אם צריך, הבע באמצעות  $b$ ).  
 (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

נתון כי הישר  $y = -2$  משיק לפונקציה  $f(x)$  בנקודת הקיצון שלה.  
 ג. מצא את  $b$ .

- הצב את  $b$  שמצאת בסעיף ג בפונקציה  $f(x)$  וענה על סעיפים ד-ו.
- ד. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

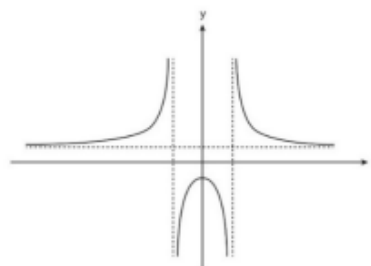
ה.  $f(x)$  היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה  $f(x)$ .  
 אחד מן הגרפים I – III שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.



**תשובה:**

- א.  $x \neq -\frac{1}{2}$ ,  $x \neq \frac{1}{2}$ . ב. (1)  $(0, -4+b)$  מקסימום.
- (2) תחומי עלייה:  $-\frac{1}{2} < x < 0$  או  $x < -\frac{1}{2}$   
 תחומי ירידה:  $0 < x < \frac{1}{2}$  או  $x > \frac{1}{2}$
- ג.  $b = 2$ . ד. (1)  $y = 2$ ,  $x = -\frac{1}{2}$ ,  $x = \frac{1}{2}$

(2)

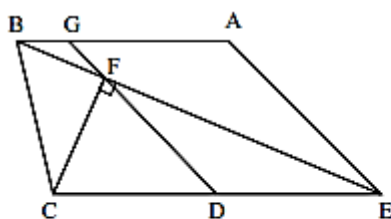


ה. גרף II.

**גאומטריה במישור**

**הערה:** יש להעתיק את השרטוטים בשאלות בגאומטריה לדרך פתרון השאלה.

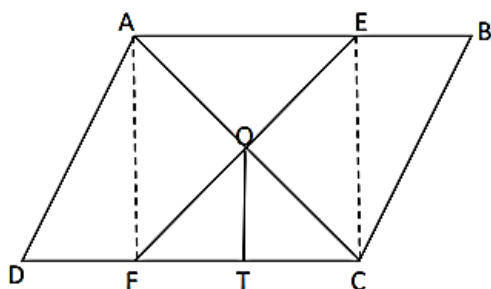
**שאלה 33**



בטרפז  $ABCE$  ( $CE \parallel BA$ ) היא נקודה  $F$  על האלכסון  $BE$  כך ש-  $CF \perp BE$ .  
 $D$  היא נקודה על  $CE$  כך ש-  $CD = ED$  (ראה ציור). המשך  $FD$  חותך את  $AB$  בנקודה  $G$ . נתון:  $EA = 4$  ס"מ,  $ED = 3$  ס"מ,  $EB$  חוצה-זווית  $AEC$ .  
 א. הוכח כי  $\triangle EDF \sim \triangle BAE$ .  
 ב. הוכח כי המרובע  $AGDE$  הוא מקבילית.  
 ג. שטח המשולש  $EDF$  הוא  $S$ . הבע באמצעות  $S$  את שטח המשולש  $BGF$ . נמק.

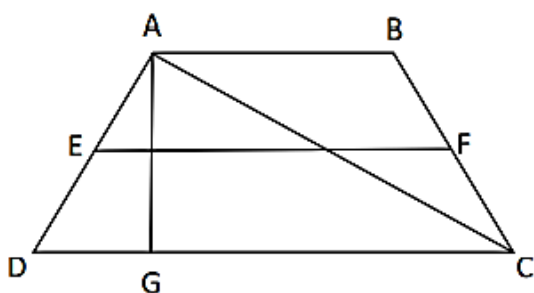
ג. שטח המשולש  $EDF$  הוא  $S$ . הבע באמצעות  $S$  את שטח המשולש  $BGF$ . נמק.

**שאלה 34**



המרובע  $ABCD$  הוא מקבילית הנקודות  $E, F$  מונחות על הצלעות  $AB, DC$  בהתאמה. הנקודה  $O$  היא אמצע הקטע  $AC$ .  
 $EB = FD$   
 $EF \perp AC$   
 א. הוכיחו:  $EC = AE$   
 ב. נתון גם:  $OT$  תיכון לצלע  $FC$  ב-  $\triangle OFC$   
 הוכיחו:  $OT = \frac{1}{2} AF$   
 ג\*. הוכיחו:  $S_{\triangle EBC} + S_{\triangle ECF} = S_{\triangle ADC}$

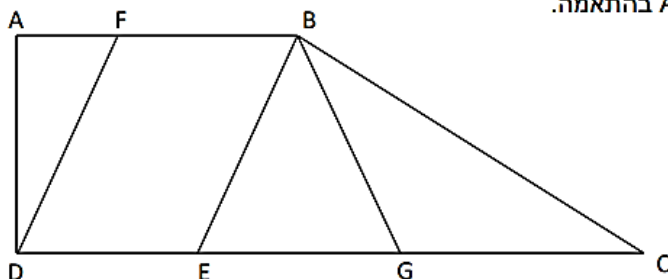
**שאלה 35**



בטרפז שווה שוקיים  $ABCD$  ( $AB \parallel CD$ ) קטע אמצעים  $EF$ .  
 $EF = 20$  ס"מ  
 היקף משולש  $ACD$  גדול ב-  $6$  ס"מ מהיקף משולש  $ABC$ .  
 א. חשבו את אורכי הבסיסים של הטרפז. נמקו.  
 ב. נתון:  $AG \perp DC$ ,  $AG = 15$  ס"מ. חשבו את אורך האלכסון  $AC$ .

**שאלה 36**

המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית ( $\angle A = 90^\circ, CD \parallel AB$ )  
 E ו-F הן נקודות על הצלעות DC ו-AB בהתאמה.



נתון:  $DF \parallel EB$

$EB \perp BC$

הנקודה G היא אמצע הקטע EC

הוכיחו:

א.  $\triangle AFD \sim \triangle BEC$

ב. BE חוצה זווית ABG

עוד נתון:  $\angle C = 30^\circ$

ג. הוכיחו: המרובע FBGD טרפז שווה שוקיים.

**שאלה 37**

נתון משולש ישר-זווית ( $\angle ABC = 90^\circ$ ).

BD הוא גובה המשולש ליתר AC.

F היא נקודה על BC כך ש- $DF \perp BC$ .

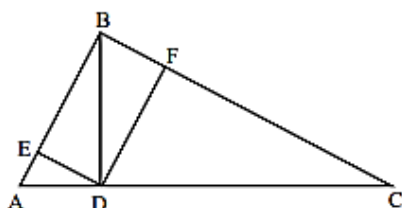
E היא נקודה על BA כך ש- $DE \perp BA$ .

(ראה ציור).

א. הוכח כי EF ו-BD שווים זה

לזה וחוצים זה את זה.

ב. הוכח כי  $ED^2 = DF \cdot AE$ .



**שאלה 38**

התיכונים AE ו-CD במשולש ABC נפגשים

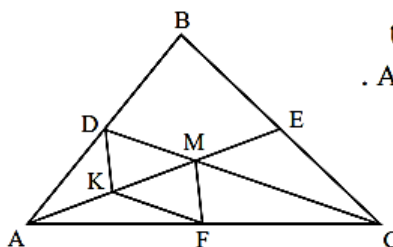
בנקודה M. נקודה K היא אמצע הקטע AM.

F היא נקודה על הצלע AC

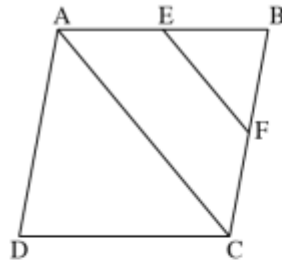
כך ש- $KF \parallel DC$  (ראה ציור).

א. הוכח:  $2KF = MC$ .

ב. הוכח: המרובע KDMF הוא מקבילית.



שאלה 39



בסרטוט שלפניך מתואר מעוין ABCD.

הנקודות E, F הן

אמצעי הצלעות AB, BC בהתאמה.

א. הוכח כי  $EF \parallel AC$ .

ב. (1) הוכח:  $\triangle EBF \sim \triangle ABC$ .

(2) מצא את היחס בין שטח המשולש EBF

ובין שטח המעוין ABCD.

ג. הוכח כי  $BD \perp EF$ .

נתון: היקף המעוין הוא 32,  $EF = 2\sqrt{7}$ .

M היא נקודת החיתוך של BD ו-EF.

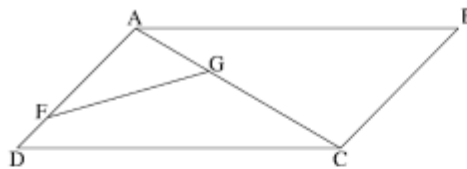
ד. (1) מצא את BM.

(2) מצא את MD.

תשובה:

א. הוכחה ב. (1) הוכחה (2)  $\frac{1}{8}$  ג. הוכחה ד. (1)  $BM = 3$  (2)  $MD = 9$ .

שאלה 40



בציור שלפניך מתוארת

המקבילית ABCD.

G היא נקודה על

האלכסון AC במקבילית

ו-F היא נקודה

על הצלע AD. נתון:  $\angle FGA = \angle ABC$ .

א. (1) הוכח:  $\triangle FGA \sim \triangle ABC$ .

(2) הוכח:  $AF \cdot DC = FG \cdot AC$ .

נתון כי שטח המשולש ABC הוא 20, וכי שטח המשולש FGA הוא 5.

ב. חשב את היחס  $\frac{AF}{AC}$ .

נתון:  $FG \parallel DB$ ,

אלכסוני המקבילית נחתכים בנקודה H.

ג. הוכח:  $\triangle ABC \sim \triangle BHC$ .

תשובה:

ב.  $\frac{1}{2}$ .

**בהצלחה!**