

עבודה במתמטיקה לחופשת קיץ תשפ"ג – 4-5 יחידות – לעולים לכיתה י'

הקמפוס השש-שנתי אחד העם פ"ת

תלמידים יקרים,

לפניכם עבודת הגשה במתמטיקה המכילה שאלות בנושאים שונים שנלמדו בחטיבת הביניים.

העבודה מיועדת לכל התלמידים שילמדו ברמות 4 ו-5 יחידות לימוד מתמטיקה בכיתה י' (כולל בכיתות מחוננים ובכיתה עתודה-מדעית), ואלו שמעוניינים לעבור לרמת לימוד של 4-5 יחידות במבחן המעבר בסיום חופשת הקיץ.

את העבודה תתבקשו להגיש במלואה למורה למתמטיקה בתחילת שנת הלימודים תשפ"ד לבדיקה.

יש להציג דרך פתרון מלאה לכל שאלה, כולל נימוקים.

יש להקפיד על כתב מסודר וברור, לפרט את חישוביכם ולפתור כל שאלה בדף נפרד.

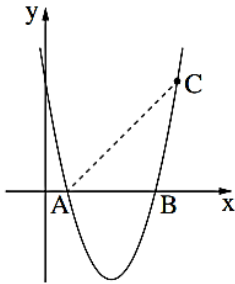
בהצלחה וחופשה מהנה,

צוות מתמטיקה – תיכון אחד העם

פונקציות – קווית, ריבועית וקריאת גרף של פונקציה

שאלה 1

הפרבולה $y = x^2 - 6x + 5$ חותכת את ציר ה- x בנקודות A ו-B, כמתואר בציור שלפניך.

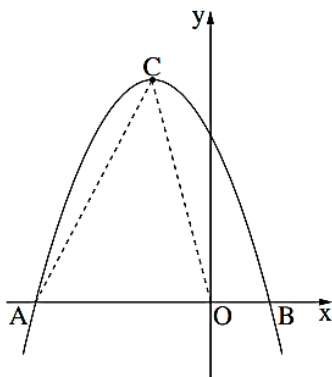


- מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
- רשום את תחומי החיוביות של הפרבולה.
- נקודה C נמצאת על הפרבולה ושיעור ה- x שלה הוא 6.
- מצא את שיעור ה- y של הנקודה C.
- (1) מצא את אורך הקטע AB.
- (2) חשב את שטח המשולש ABC.

שאלה 2

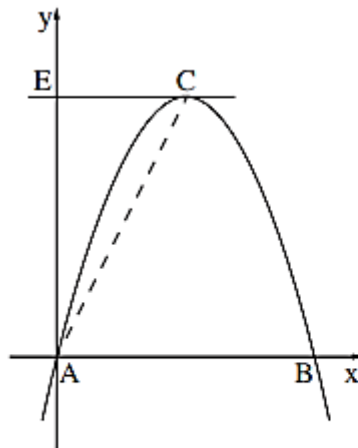
בציור שלפניך מתוארת פרבולה שמשוואתה $y = -x^2 - 2x + 3$.

הפרבולה חותכת את ציר ה- x בנקודות A ו-B, כמתואר בציור.



- מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
- מצא את תחומי השליליות של הפרבולה.
- הנקודה C היא קודקוד הפרבולה.
- מצא את שיעורי הנקודה C.
- הנקודה O היא ראשית הצירים.
- ד. חשב את שטח המשולש ACO.

שאלה 3



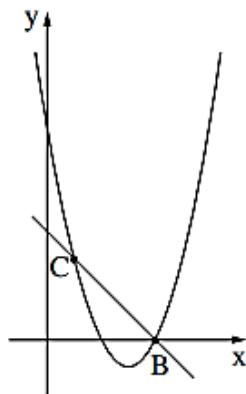
נתונה פרבולה שמשוואתה היא $y = -x^2 + 4x$.
 הפרבולה חותכת את ציר ה- x בנקודות A ו-B,
 כמתואר בציור.

- א. מצא את השיעורים של הנקודות A ו-B.
- ב. הנקודה C היא קדקוד הפרבולה.
 מצא את השיעורים של הנקודה C.
- ג. דרך הנקודה C העבירו מקביל לציר ה- x .
 המקביל חותך את ציר ה- y בנקודה E
 (ראה ציור).

(1) מצא את השיעורים של הנקודה E.

(2) מצא את שטח המשולש AEC.

שאלה 4



בציור שלפניך מסורטטים הגרפים של שתי הפונקציות:

$$f(x) = x^2 - 6x + 8$$

$$g(x) = -x + 4$$

שני הגרפים נחתכים בנקודות B ו-C, כמתואר בציור.

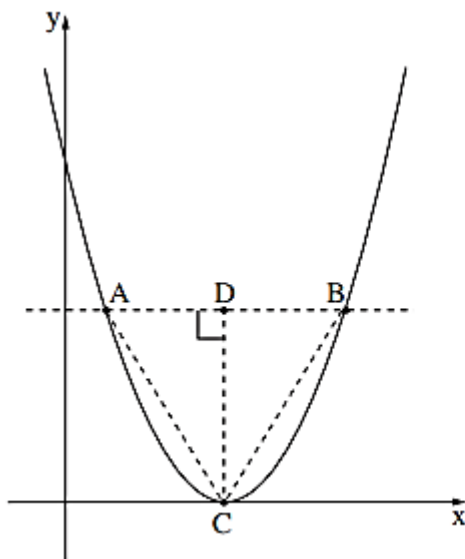
א. מצא את שיעורי הקדקוד של הפרבולה.

ב. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפרבולה.

ג. מצא את שיעורי הנקודות B ו-C.

ד. חשב את אורך הקטע BC.

שאלה 5



בציור שלפניך מתוארת הפרבולה $y = x^2 - 8x + 16$.

קודקוד הפרבולה, C, נמצא על ציר ה- x .

א. מצא את שיעורי הקודקוד C.

הישר $y = 9$ חותך את הפרבולה בנקודות A ו-B,
 כמתואר בציור שלפניך.

ב. (1) מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

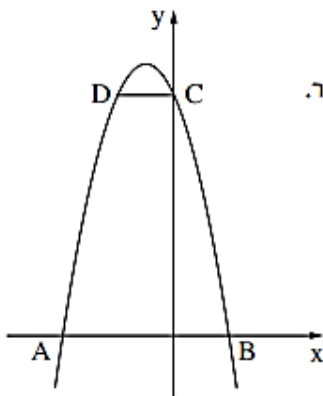
(2) מצא את אורך הקטע AB.

CD הוא הגובה לצלע AB במשולש ABC.

ג. (1) מצא את אורך הגובה CD.

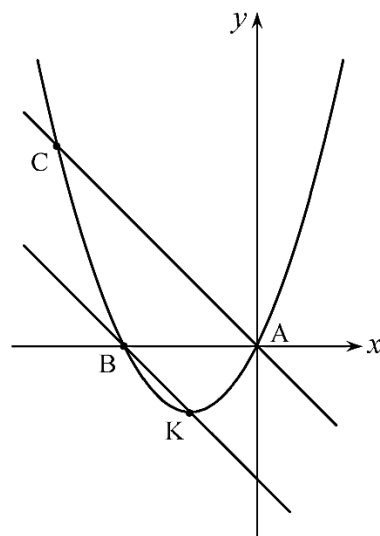
(2) חשב את שטח המשולש ABC.

שאלה 6



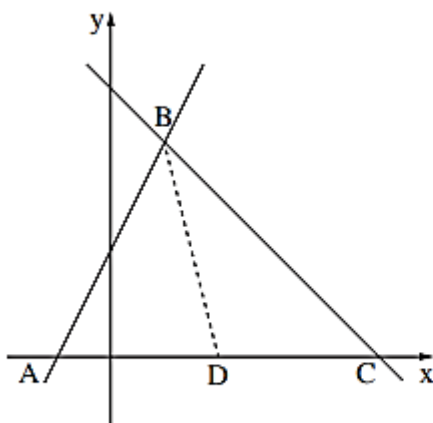
- בציור שלפניך מוצג סרטוט של גרף הפונקציה $f(x) = -x^2 - 3x + 18$.
 A ו-B הן נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x, כמתואר בציור.
 C היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-y.
 הנקודה D נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ כך שהקטע DC מקביל לציר ה-x.
 א. מצא את שיעורי הנקודות A, B, C ו-D.
 ב. חשב את שטח המשולש ABC.
 ג. חשב את שטח הטרפז ABCD.

שאלה 7



- נתון גרף הפונקציה $y = x^2 + 2x$.
 הנקודה K היא קדקוד הפרבולה.
 נתון: $AC \parallel BK$.
 הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה-x.
 (א) רשום את משוואת הישר העובר דרך הנקודות B ו-K.
 (ב) רשום את משוואת הישר העובר דרך הנקודות A ו-C.
 (ג) מצא את שיעורי הנקודה C.
 (ד) חשב את שטח ΔABC .

שאלה 8



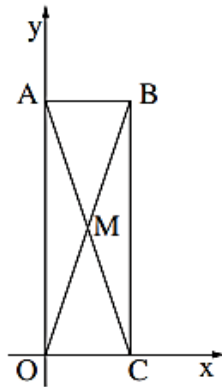
- הישר שמשוואתו $y = 2x + 4$
 והישר שמשוואתו $y = -x + 10$
 יוצרים עם ציר ה-x את המשולש ABC, כמתואר בציור.
 א. (1) קבע איזו משוואה מתאימה לצלע AB.
 ואיזו משוואה מתאימה לצלע BC.
 (2) מצא את שיעורי הקדקודים A, B ו-C.
 ב. מצא את המרחק בין A ל-C.
 ג. חשב את שטח המשולש ABC.
 ד. הנקודה D היא אמצע הצלע AC.
 (1) מצא את שיעורי הנקודה D.
 (2) מצא את שיפוע הישר BD.

שאלה 9

נתון מלבן $ABCO$, ששתיים מצלעותיו מונחות על הצירים, כמתואר בציור.

האלכסון AC מונח על ישר שמשוואתו $y = -3x + 9$.

- מצא את נקודות החיתוך של הישר AC עם הצירים.
- מהי משוואת הישר שעליו מונחת הצלע AB ?
- (1) מצא את השיעורים של הקדקוד B .
- (2) מצא את משוואת האלכסון OB .
- ד. אלכסוני המלבן נפגשים בנקודה M . מצא את שטח המשולש AMB .



שאלה 10

בציור שלפניך מוצגים הגרפים (1) ו-(2) של שתי פונקציות:

$$f(x) = -x^2 + 4x$$

$$g(x) = x^2 - 3x - 4$$

גרף (1) חותך את ציר ה- x בנקודות A ו- B .

א. התאם לכל אחד מהגרפים (1) ו-(2)

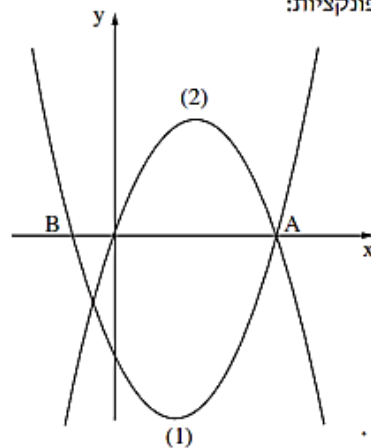
את הפונקציה המתאימה לו. נמק.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A ,

ואת שיעורי הנקודה B .

ג. מצא את תחומי החיוביות של גרף (1).

ד. מצא את השיעורים של הקדקוד של גרף (2).



שאלה 11

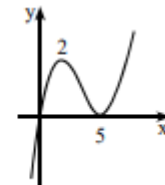
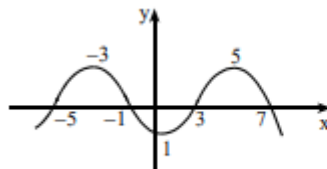
בסעיפים הבאים מתואר גרף של פונקציה עליו מסומנות נקודות האפס ומסומנים שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה. מצאו:

(1). את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה.

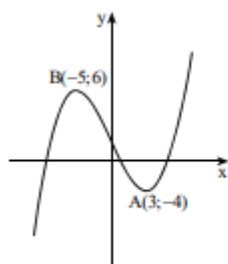
(2). את תחומי החיוביות ואת תחומי השליליות של הפונקציה.

ב.

א.

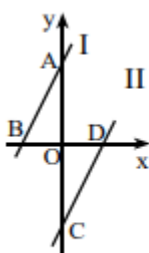


שאלה 12



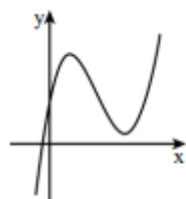
- בציור מתואר גרף של פונקציה $f(x)$.
 לפונקציה מינימום מקומי בנקודה $A(3; -4)$,
 ומקסימום מקומי בנקודה $B(-5; 6)$.
 היעזרו בגרף וקבעו בכמה נקודות
 חותך כל אחד מהישרים הבאים
 את גרף הפונקציה:
 א. $y = -8$. ב. $y = 6$. ג. $y = -1$.

שאלה 13



- בשרטוט מתוארים שני ישרים מקבילים I ו-II,
 הנפגשים עם הצירים בנקודות A, B, C ו-D.
 נתון: $OB = OD$ (ראו ציור).
 א. הוכיחו: $\triangle AOB \cong \triangle COD$.
 ב. הסבירו מדוע $OA = OC$.
 ג. משוואת הישר I היא $y = 3x + 6$.
 (1) מצאו את שיעורי הנקודה A.
 (2) מצאו את שיעורי הנקודה C.
 ד. מצאו את משוואת הישר II.

שאלה 14



- בציור מתואר גרף של פונקציה $f(x)$.
 לפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות קיצון בלבד -
 (2; 8) מקסימום, (6; 1) מינימום.
 הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = f(x) + 3$.
 א. רשמו את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.
 ב. שרטטו באותה מערכת צירים את הגרף של הפונקציה $g(x)$.
 ג. רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

משוואות וטכניקה אלגברית

שאלה 15

מצאו את תחום ההצבה, ופתרו את המשוואות הבאות.

סעיף	משוואה	פתרונות סופיים
א	$\frac{x-2}{x-7} - \frac{x}{x+7} = \frac{18-5x^2}{x^2-49}$	$x = 1.6, -4$
ב	$\frac{9}{x^2-7x} - \frac{x+3}{x^2+8x+7} = 0$	$x = 3$
ג	$\frac{1}{x+3} + \frac{x+5}{3x+9} = \frac{3}{x^2+3x}$	$x = -9, 1$
ד	$\frac{9-5x}{x^2-10x+25} - \frac{9}{x^2-5x} = 0$	$x = -3, 3$
ה	$\frac{6}{x^2+12x+36} - \frac{x-1}{x^2-36} = \frac{1}{x+6}$	$x = -1.5, 2$
ו	$\frac{3}{x^2-3x-4} - \frac{x}{x^2-16} = \frac{-6}{x^2+5x+4}$	$x = 2, 6$
ז	$\frac{x^2+1}{x^2-9} = \frac{x+1}{3x-9}$	$x = 2, 0$
ח	$\frac{2}{x-2} - \frac{1}{x+2} = \frac{-8}{x^3-4x}$	$x = -4$
ט	$\frac{3}{x^2+2x-8} - \frac{4}{x^2+4x-12} = \frac{x-4}{x^2+10x+24}$	$x = 3$
י	$\frac{x}{x-3} + \frac{1}{x+2} = \frac{4x+3}{x^2-x-6}$	אין פתרון

שאלה 16

פתרו את מערכות המשוואות הבאות.

סעיף	מערכת משוואות	פתרון	סעיף	מערכת משוואות	פתרון
א	$\begin{cases} -5x + 3y = 15 \\ 2x = 2y - 4 \end{cases}$	$(-4.5, -2.5)$	ז	$\begin{cases} 5(x-1) + y = 3 \\ 2x - 5 = 5 + 3y \end{cases}$	$(2, -2)$
ב	$\begin{cases} 4x + y = -4 \\ 5x - 3y = 29 \end{cases}$	$(1, -8)$	ח	$\begin{cases} 4x + 3y = -1 \\ 2x - y = -8 \end{cases}$	$(-2.5, 3)$
ג	$\begin{cases} 4x - 3y = 20 \\ x - 5y = 5 \end{cases}$	$(5, 0)$	ט	$\begin{cases} 4(3-x) + 5y = 7 \\ x + 3(y-2) = 8 \end{cases}$	$(5, 3)$

ד	$\begin{cases} 8y^2 - x^2 = 16 \\ 3y - x = 2 \end{cases}$	$(28, 10)$ $(4, 2)$,	$\begin{cases} y = x^2 - 9x + 5 \\ y = x^2 - 2x - 9 \end{cases}$	$(2, -9)$
ה	$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x^2 - 3xy + 5y^2 = 18 \end{cases}$	$(2.25, -0.75)$ $(3, 0)$	יא	$\begin{cases} y = x^2 + 5x + 7 \\ y = -x^2 - 7x - 11 \end{cases}$	$(-3, 1)$
ו	$\begin{cases} xy = 200 \\ (x - 15)(y + 3) = 200 \end{cases}$	$(-25, -8)$ $(40, 5)$	יב	$\begin{cases} xy = 12 \\ (x - 1)(y - 2) = 4 \end{cases}$	$(2, 6)$ $(3, 4)$

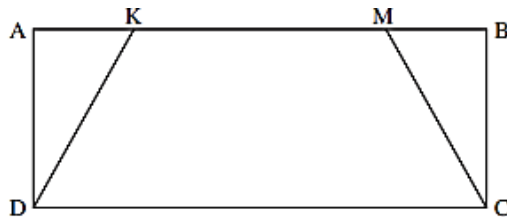
שאלה 17

פשטו את הביטויים הבאים (כתבו גם תחום הצבה).

סעיף	ביטוי	סעיף	ביטוי
א	$\frac{x^2 - 4x + 4}{3x} \cdot \frac{6x^2}{2x - 4}$	ו	$\frac{x^2 - 14x + 49}{15} \cdot \frac{x^2 - 7x}{3x^2}$
ב	$\frac{x^2 - 4x}{25x^2 + 5x} \cdot \frac{25x^2 + 10x + 1}{x^2 - 16}$	ז	$\frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 + 2x - 8} \cdot \frac{x^2 - 5x}{x^2 + 4x}$
ג	$\frac{x^3 - 2x^2 + x}{3x^2 - 5x} \cdot \frac{6x - 10}{2x^2 - 2}$	ח	$\frac{x^3 - 3x^2}{x^2 - 4} \cdot \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x - 3}$
ד	$\frac{2x^2 - 8}{x^2 - 2x} \cdot \frac{x^2 - 49}{x^2 - 5x - 14}$	ט	$\frac{x^2 + x - 20}{x + 3} \cdot \frac{2x - 8}{x^2 - 9}$
ה	$\frac{x^2 - 16}{x^2 - 3x} \cdot \frac{3x - 9}{x^2 - 2x - 8}$	י	$\frac{2x - 4}{x^2 - 12x + 36} \cdot \frac{10 - 5x}{x^3 + 6x^2}$

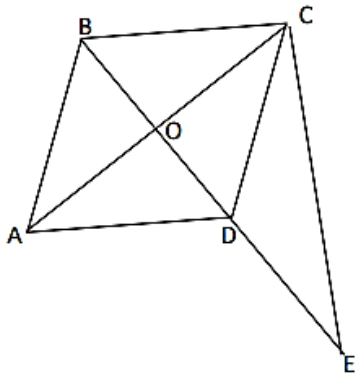
גאומטריה

שאלה 18



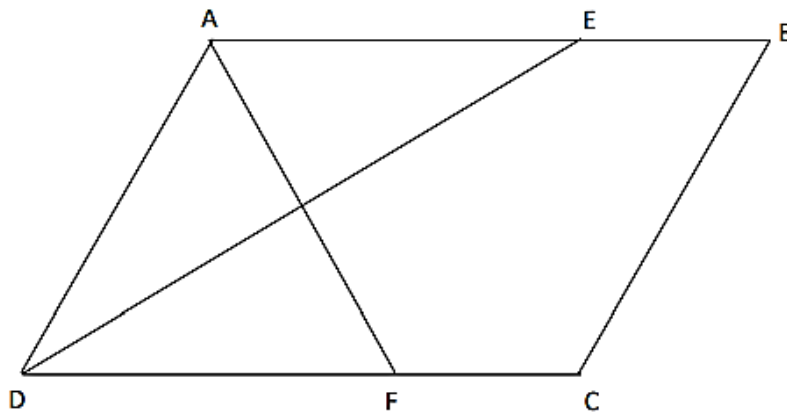
לפניכם המלבן ABCD.
 הנקודות K, M נמצאות על הצלע AB.
 נתון: $AK = BM$
 הוכיחו שהמשולשים DAK ו- CBM חופפים.

שאלה 19



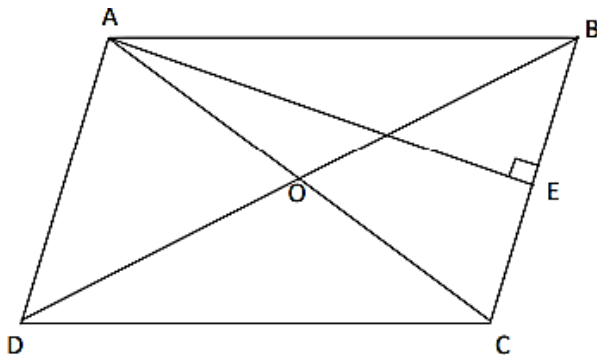
המרובע ABCD הוא מעוין.
 משולש ABD הוא משולש שווה שצלעות
 הנקודה E על המשך האלכסון DB כך ש $DE = DB$
 א. הוכיחו $BC \perp CE$
 ב. נתון $BO = 3$ ס"מ. חשבו את האורך של CE.

שאלה 20



נתון: המרובע ABCD הוא מקבילית.
 DE חוצה זווית D
 AF חוצה זווית A
 הוכיחו:
 א. משולש ADE שווה שוקיים
 ב. מרובע AEFD הוא מעוין

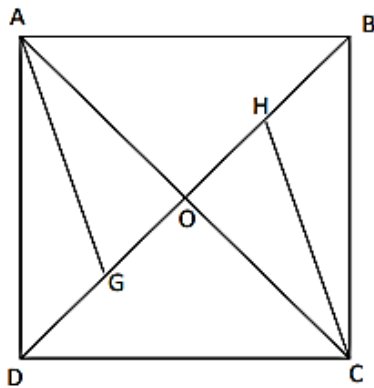
שאלה 21



נתון:
 מרובע ABCD הוא מקבילית
 $(AB \parallel CD, AD \parallel BC)$
 הנקודה O היא מפגש האלכסונים
 $AB = AC$
 $AE \perp BC$
 א. הוכיחו: $BE = EC$
 ב. נתון עוד:
 $AD = 10$ ס"מ, $AE = 12$ ס"מ
 חשבו את היקף המקבילית ABCD.

שאלה 22

נתון ריבוע ABCD.



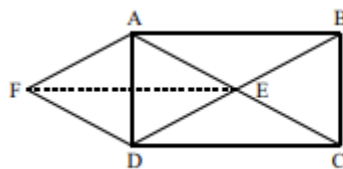
G נקודה על האלכסון BD כך ש AG חוצה זווית DAO.

H נקודה על האלכסון BD כך ש CH חוצה זווית BCO.

הוכיחו: א. $\triangle AGO \cong \triangle CHO$

ב. המרובע AGCH הוא מעוין.

שאלה 23



אלכסוני המלבן ABCD נפגשים

בנקודה E. נתון: $AF = DE$,

FE חוצה זווית של $\triangle AED$.

א. הוכיחו: המרובע AEDF הוא מעוין.

ב. הוכיחו: המרובע ABEF הוא מקבילית.

שאלה 24

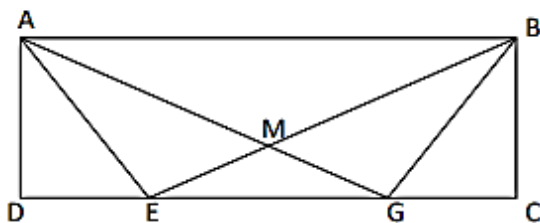
המרובע ABCD הוא מלבן. הנקודות E, G מונחות על צלע המלבן DC

כך ש $DE = GC$

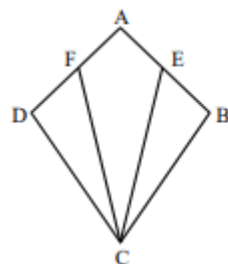
הוכיחו:

א. ABGE טרפז שווה שוקיים.

ב. $EM = GM$.



שאלה 25



המרובע ABCD הוא דלתון $(BC = DC, AB = AD)$.

E ו-F הן אמצעי הצלעות AB ו-AD.

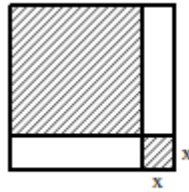
א. הוכיחו: $\triangle CBE \cong \triangle CDF$.

ב. הוכיחו: המרובע AECF הוא דלתון.

ג. נתון: $\angle CEB = 64^\circ$.

חשבו את הזווית AFC.

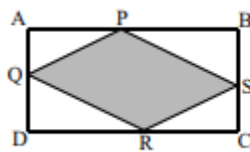
שאלה 26



בתוך ריבוע שאורך צלעו 10 ס"מ חסומים שני ריבועים מקווקווים. נסמן ב- x את אורך צלע הריבוע הפנימי התחתון (ראה ציור).
 א. הבע באמצעות x את אורך צלע הריבוע הפנימי העליון.
 ב. מצא את x אם ידוע כי סכום שטחי הריבועים המקווקווים הוא 68 סמ"ר.

תשובה: א. $10-x$. ב. 2 ס"מ או 8 ס"מ.

שאלה 27



נתון מלבן ABCD שממדיו הם: $AB = 32$ ס"מ, $AD = 24$ ס"מ. על צלעות המלבן מקצים קטעים: $CS = AQ = x$, $AP = CR = 2x$.
 מה צריך להיות ערכו של x , כדי ששטח המרובע PQRS יהיה 336 סמ"ר?

תשובה: 6 ס"מ או 14 ס"מ.

שאלה 28

נתונים שני ריבועים. הצלע של אחד מהם גדולה ב-4 ס"מ מהצלע של האחר. סכום השטחים של שני ריבועים הוא 106 סמ"ר. חשב את אורכי הצלעות של כל אחד מן הריבועים.

תשובה: 9 ס"מ, 5 ס"מ.

שאלה 29

נתונים ריבוע ומלבן. צלע אחת של המלבן ארוכה ב-20% מצלע הריבוע, והצלע האחרת של המלבן קצרה ב-10% מצלע הריבוע. שטח המלבן הוא 87.48 סמ"ר. חשב את אורך צלע הריבוע.

תשובה: 15 ס"מ.

שאלה 30

נתון מלבן שאורכו גדול ב-7 ס"מ מרוחבו. אם נקטין את אורכו ב-40% ואת רוחבו נקטין ב-25%, נקבל מלבן ששטחו 54 סמ"ר. חשב את ממדי המלבן הנתון.

תשובה: 15 ס"מ, 8 ס"מ.

בהצלחה!